

DR. SZALAY BÉLA

FIZIKA

Harmadik, átdolgozott és bővített kiadás



MŰSZAKI KÖNYVKIADÓ, BUDAPEST 1966

Est a kiadást lektorálta:
DR. SELMECZI KÁLMAN
főiskolai tanár

Copr.: Dr. Szalay Béla, 1963

ETO: 531/539: 621.313

Felelős kiadó: Solt Sándor igazgató
Felelős szerkesztő: Faszkas Zoltánné

TARTALOMJEGYZÉK

Előszó	11
Előszó a harmadik kiadáshoz	12
Bevezetés	13
1. A fizika tárgya, módszerei, felosztása	13
2. Fizikai mennyiségek, mértékrendszerek	14
3. Mértékegységek	22
4. Vektorok összeadása és felbontása	28
ELSŐ FEJEZET. Mechanika	
A) Mozgástan	31
5. Egyenesvonalú egyenletes mozgás	31
6. Változó mozgás	35
7. Egyenletesen változó mozgás	38
8. Szabadesés	45
9. Hajítások	47
10. Egyenletes körmozgás	55
B) Erőtan	63
11. A testek tehetetlensége (Newton I. törvénye)	63
12. Az erő gyorsító hatása (Newton II. törvénye)	64
13. Hatás és ellenhatás	71
14. Sűrűség és fajhő	73
15. Nyomóerő, nyomás	78
16. Sűrűdés	80
17. Impulzus, impulzustétel	85
18. A mozgások dinamikai tárgyalása	90
19. A körmozgás dinamikai tárgyalása	90
C) Statika	101
20. Erők összetétele, felbontása, egyensúlya	101
21. Párhuzamos erők összetétele, egyensúlya	104
22. Súlypont. Egyensúlyi helyzetek	124

D) Munka és energia	139
23. A munka	139
24. A teljesítmény	146
25. A forgó mozgás munka- és teljesítményviszonyai	150
26. Az energia	153
27. A mechanikai energia megmaradásának törvénye	160
28. Gépek hatásfoka	164
29. Ütközések	166
E) Állandós tömegvonzás. Mesterséges égitestek	173
30. A gravitáció törvénye	173
31. Mesterséges égitestek	180
F) Egyszerű gépek	188
32. Az egyszerű gépek felosztása	188
33. Emelők	189
34. Csigák, csigasorok	195
35. Hengerkerék	199
36. Lejtő	202
37. Csavar	204
38. Ek	207
G) Szűrődságtan	214
39. Az anyag szerkezete. Molekuláris erők	214
40. A szilárd testek alaptulajdonságai	215
41. Húzóigénybevétel	216
42. Nyomóigénybevétel	223
43. Hajlítói igénybevétel	228
44. Nyíróigénybevétel	239
45. Csavaróigénybevétel	243
46. Összetett igénybevételek	247
H) Nyugvó folyadékok, gázok	251
47. A folyadékok és gázok alaptulajdonságai	251
48. A nyomás terjedése folyadékokban	254
49. A folyadék súlyából származó nyomás	257
50. Közlekedőedények	261
51. Archimedes törvénye. Úszás	263
52. A felületi feszültség. Hajszaesővétség	271
53. A levegő nyomása	276
54. A Boyle-Mariotte-törvény	280
55. Nyomáskülönbségen alapuló eszközök	284
I) Áramló folyadékok és gázok	289
56. Folyadékok és gázok súrlódásmentes áramlása	289
57. Bernoulli-tétel	290

58. Súrlódásos áramlás	297
59. A közegellenállás	299
60. A repülés alapelvei	303
61. Az áramló víz és a levegő energiája	306

MÁSODIK FEJEZET. Rezgések, hullámok, hangtan

A) Rezgések	311
62. Harmonikus rezgő mozgás	311
63. A harmonikus rezgő mozgás mint a körmozgás vetülete	315
64. Ingamozgás	320
65. Harmonikus rezgések összetétele	324
66. Kényszerrezgés és rezonancia	334
B) Hullámok	338
67. Haladó hullámok	338
68. Hullámok találkozás (interferencia)	342
69. Hullámok visszaverődése. Állóhullámok	347
70. Hullámok terjedése kiterjedt közegben	353
C) Hangtan	359
71. A hang keletkezése és terjedése	359
72. A hang magassága. Hangskála	361
73. Hangintenzitás, hangosság	365
74. Hangszínezet	370
75. A Doppler-féle jelenség	371
76. Hangszerek	374
77. Hangtani rezonancia	377
78. A hanghullámok interferenciája	378
HARMADIK FEJEZET. Hőtan	383
79. A testek hőállapota. Hőmérők	383
80. Szilárd testek hőtágulása	384
81. Folyadékok hőtágulása	391
82. Gázok hőközta állapotváltozása	394
83. Hőmennyiség, Fajhő	408
84. A gázok állapotváltozásai	410
85. A hőmérséklet mérése	420
86. A hő terjedése	423
87. Olvadás, Fagyás	427
88. Párolgás, Forrás, Leccsapódás	430
89. A gázok cseppfolyósítása	437
90. A levegő nedvessége	440
91. A hő mechanikai egyenértéke	442
92. A termodinamika főtételei	445
93. Gőzgépek	451
94. Gázgépek	455

NEGYEDIK FEJEZET. Elektromosság

A) Az elektromos áram alaptörvényei	461
95. Az elektromos töltések áramlása	461
96. Áramerősség	464
97. Feszültség	466
98. Ohm törvénye. Elektromos ellenállás	467
99. Technikai ellenállások. Ellenállásmérés	473
100. Üresjárati feszültség. Kapocsfeszültség	478
101. Kirechhoff törvényei	481
102. Ellenállások kapcsolása	484
103. Áramforrások kapcsolása	496
104. Műszerek kapcsolása	501
B) Az elektromos áram munkája és hőhatása	506
105. Az elektromos teljesítmény és munka	506
106. Az elektromos áram hőhatása	508
107. Hőelektromosság	512
C) Az elektromos áram vegyi hatása	514
108. Elektromos vezetés elektrolitokban	514
109. Faraday törvénye	515
110. Az elektrolízis alkalmazásai	520
111. Galvánelemek	522
112. Elektrolitikus polarizáció. Akkumulátorok	524
D) Az elektromos tér	526
113. Coulomb törvénye	526
114. Elektromos téreősség. Erővonalak	528
115. Elektromos potenciál és feszültség	533
116. Kapacitás. Kondenzátorok	536
E) Az elektromos áram és a mágneses tér	544
117. Mágneses alapfogalmak	544
118. A Föld mágneses erőtere	545
119. Az elektromos áram mágneses tere	547
120. Áramvezető mágneses térben	551
121. Áramvezetők közötti erőhatások	557
122. Az anyagok mágneses tulajdonságai	560
123. Az elektromágnes és alkalmazásai	563
124. Mágneses mérőműszerek	570
F) Elektromágneses indukció	574
125. Az indukált feszültség	574
126. Az indukált feszültség nagysága	578
127. Önindukció	581

G) Váltakozóáramok

128. A váltakozóáram	586
129. A váltakozóáram alapfogalmai	586
130. Ellenállások a váltakozóáramú áramkörben	591
131. Soros rezgőkör. Rezonancia	593
132. Párhuzamos rezgőkör	596
133. Elektromos rezgések	599
134. A váltakozóáram teljesítménye és munkája	602
H) Generátorok és motorok	608
135. Váltakozóáramú generátorok	608
136. Váltakozóáramú motorok	612
137. Egyenáramú generátorok	617
138. Egyenáramú motorok	620
139. Transzformátorok. Elektromos energiaátvitel	621
I) Elektromos áram gázokban és vákuumban	625
140. A gázok vezetése	625
141. Elektromos vezetés ritkított gázokban	627
142. Katód- és csőaugázás	628
143. Röntgensugárzás	630
144. Elektroncsövek	631
J) Elektromos áram félvezetőkben	639
145. A félvezetők alaptulajdonságai	639
146. A félvezető dióda	641
147. A tranzisztor	643
K) Elektromágneses hullámok	645
148. Nyitott rezgőkör (antenna)	645
149. Nagyfrekvenciás adóberendezések	648
150. Nagyfrekvenciás hullámok vétele	651
151. A televízió	655
ÖTÖDIK FEJEZET. Fénytan	659
A) Geometriai fénytán	659
152. A fény terjedése	659
153. Fotometria	661
154. Fényvisszaverődés, síktükör	671
155. Gömbtükörök	675
156. A fény törése	686
157. Teljes visszaverődés	692
158. Síklapokkal határolt fénytörő testek	694
159. Fénytani lencsék	701

B) Fénytani eszközök	710
160. Az emberi szem és a látás	710
161. Fényképezés	712
162. Vetítő berendezések	716
163. Nagyítók	717
164. Távosövek	719
C) Fizikai fénytán	724
165. Színszóródás, színek	724
166. Fényinterferencia	726
167. Fényelhajlás, optikai rács	729
168. Fénypolarizáció	731
169. Színképek, színképlemezés	736
170. Optikai szinkép	738
171. Hőmérsékleti sugárzás	739
172. Fényelméletek	741
173. Fényelektromos jelenségek	742
174. A fény fotonelmélete	745
HATÓDIK FEJEZET. Atomfizika	
A) Az atomok szerkezete	751
175. Molekula, atom, elektron	751
176. A Rutherford-féle atommodell	754
177. A hidrogénatom szinképe	756
178. A Bohr-féle atommodell	758
179. Az elemek periódusos rendszere	768
B) Magfizika	777
180. Természetes radioaktivitás	777
181. Rádiaoaktív bomlás	778
182. Izotópok	785
183. Az atommag szerkezete	787
184. Atomfizikai műszerek	789
185. Részecskegyorsítók	792
186. Mesterséges atommagátalakítás	794
187. Mesterséges radioaktivitás	796
188. Atommagok energiája	798
189. Transzúrán elemek	801
190. Maghasadás. Atomenergia	803
Irodalom	813
Tárgymutató	817

A technika általános fejlődése, a fokozottabb gépezítés, automatizálás stb. egyre erőteljesebben igényli az alaptudományok, elsősorban a matematikai és fizikai ismeretek szélesebb körű elterjedését. A fejlődéssel párhuzamos haladása tetteket indít arra, hogy az általános iskola elvégzése után nappali vagy esti iskolában, gimnáziumokban, technikumokban, főiskolákon, egyetemeken tanuljanak tovább. A nagyobb szakmai követelmények elméletileg képzetesebb szakmunkásokat, ill. a gyakorlati élettel szoros kapcsolatot tartó elméleti szakembereket igényelnek.

E könyv összeállításakor ezeket a szempontokat tartottam szem előtt, és igyekeztem a sokféle igénynek és követelménynek eleget tenni. Felépítésben és tárgyalásban általában a középiskolai tantervek és tankönyvek menetét követtem. Egy-egy részt azonban az érdeklődőkre való tekintettel, kibővítettem.

A Mechanika c. fejezet viszonylag a legnagyobb, mert itt adtam meg a legfontosabb fizikai alapfogalmakat, mértékegységeket stb. A nagyobb terjedelmet az is indokolja, hogy legtöbb esetben a szakmai és gyakorlati képzést a mechanikai ismeretekre alapozzák.

Számos témának csak a fizikai alapelveit ismertettem (felvezetők, rádió, televízió stb.); a kiválogatáskor el kellett hagyni sok fontos, érdekes témát, problémát. Az érdeklődők ezekre egyéb szakönyvekben kaphatnak részletes felvilágosítást.

Az egyes részek elméleti és gyakorlati tárgyalása után a szám szerű összefüggések, mértékegységek gyakorlására kidolgozott példákat és megoldandó feladatokat közltem. A nemzetközi (SI) rendszer várható bevezetésére való tekintettel főleg MKSA mértékegységeket használtam, és csak akkor tekintünk a könyvbe, ha problémáink vannak. Igyekeztem a feladatokat úgy válogatni, hogy ne csak a megfelelő fizikai vonatkozásokat tükrözzék, hanem a gyakorlati, technikai élettel is kapcsolatban legyenek. Az elején a könnyebb, a végén a nehezebb, összetett feladatok vannak. A helyes eredményt a feladatok után zárójelben megadtam.

szérel dolgoztam. De mivel jelenleg még a többi mértékrendszereket is használják, ismertetem és alkalmaztam ezeket is, ill. táblázatokkal igyekeztem segítséget adni az átszámításokhoz.

A szükséges matematikai ismeretek nem haladják túl a középiskolák érettségi vizsgáinak anyagát. A legtöbb esetben egyszerű egyenletekkel, alapvető trigonometriai összefüggések segítségével is feloldozhatók az egyes témák.

Javasolom, hogy a kidolgozott példákat is öndílan igyekezzünk megoldani, és csak akkor tekintünk a könyvbe, ha problémáink vannak. Igyekeztem a feladatokat úgy válogatni, hogy ne csak a megfelelő fizikai vonatkozásokat tükrözzék, hanem a gyakorlati, technikai élettel is kapcsolatban legyenek. Az elején a könnyebb, a végén a nehezebb, összetett feladatok vannak. A helyes eredményt a feladatok után zárójelben megadtam.

Ezúton is köszönetet mondok Dr. Fodor György műegyetemi adjunktusnak és Vermes Miklós gimnáziumi tanárnak lelkiismeretes közreműködésükért és segítségükért az anyag kiválasztásában, elrendezésében; Varga József technikusnak pedig az ábrák gondos elkészítéséért.

Budapest, 1963. január hó

Dr. Szalay Béla

ELŐSZÓ A HARMADIK KIADÁSHOZ

Az átdolgozott kiadás az észrevételeknek és javaslatoknak megfelelő módosításokat, az egyes témák részletesebb tárgyalását, a példák és feladatok, valamint az ábraanyag kisebb mértékű változtatását, bővítését jelenti. Mindezek azonban nem módosították lényegbevágóan a könyv célját és felépítését. Köszönetet mondok Dr. Selmeczi Kálmán főiskolai tanárnak lelkiismeretes lektor munkájáért.

Budapest, 1966. május hó

Dr. Szalay Béla

BEVEZETÉS

1. A fizika tárgya, módszerei, felosztása

A fizika tárgya. A fizika a természettudományok egyik ága. Elnevezése a görög *physisz* (= természet) szóból származik, utalva a természetre vonatkozó ismeretekre. Később a tárgykörébe tartoztak az élettelen világnak azok a jelenségei, amelyeknek lefolyása közben a testek anyagi összetétele nem változik meg. Eszerint pl. az aóelhuzal megnyúlása fizikai jelenség; oxidációjának vizsgálatával, leírásával a kémia foglalkozik. A tudományok fejlődésével azonban a szaktudományok közötti határterületek elmosódtak, összefolytak. Így pl. az elektrolízis jelenséggel vagy az anyag szerkezetével mind a fizika, mind a kémia foglalkozik.

A fizika módszerei. A fizikai ismeretszerzés alapja az érzéki tapasztalat: a megfigyelés és a jelenség mesterséges előállítása: a kísérlet. A jelenség vizsgálata a törvényszerűségeknek minőségi (kvalitatív) és mennyiségi (kvantitatív) összefüggéseit tárja fel mérések, számítások, megfelelő matematikai összefüggések, diagramok stb. segítségével. A különböző jelenségek egymással való kapcsolatát alaptörvényekben rögzítjük, amelyek speciális esetként tartalmazzák az egyes jelenségek törvényeit. Pl. a gravitációs törvényből mint alaptörvényből következnek a szabad-esés, hajtás, mesterséges holdak, az égitestek mozgástörvényei. Több alaptörvény rendszere fizikai elméletet alkot. Ez nemcsak a már megismert jelenségeket értelmezi és magyarázza egységesen, hanem újabb kísérletekkel újabb törvények feltárását teszi lehetővé. Egy-egy jelenségsorozat elméleti összekapcsolását sokszor ideiglenes feltevésekkel (hipotézis) lehet csak értelmezni.

Pl. az anyag atomos szerkezete kezdetben hipotézis volt, ma már elméleti tény. Ha azonban a hipotézis a további kísérleti tapasztalatokkal ellentmondásba kerül, elvetik vagy módosítják, finomítják.

Minden fizikai elmélet és törvény közelítő jellegű; újabb és újabb jelenségek, mérőeszközök, mérési módszerek a törvényszerűségek mélyebb megismerését, finomítását teszik lehetővé. Közelítő pontosságot, elhanyagolásokat, a valóságtól való elvonatkoztatást, bizonyos „idealizálást” sok esetben alkalmazunk mind a számításokban, mind a mérésekben, mind a jelenségek értelmezésében. Beszélünk pontszerű tömegekről, merev testről, ideális gázzal, abszolút feketetestről stb.

A fizika felosztása, egyes tárgyköreinek sorrendje részben történelmi, részben célszerűségi szempontok szerint alakult ki: *mechanika, rezgés (hangtan), hőtan, elektromosság, fénytán és atomfizika.*

2. Fizikai mennyiségek, mértékrendszerek

Fizikai mennyiségek. Fizikai jelenségek, állapotok, folyamatok, fizikai és anyagállandók mérhető adatait *fizikai mennyiségeknek* nevezzük. Ezek definícióját a megfelelő „mérési utasítás” adja meg (pl. a sűrűség a tömeg és a térfogat hányadosa; vagyis meg kell mérni a test tömegét, térfogatát és ezek segítségével meghatározható a sűrűsége).

Egy-egy fizikai mennyiség (pl. a rúd hossza, keresztmetszete, térfogata, tömege) mérésekor két adatot tüntetünk fel: a mértékszámot és a mértékegységet. Ha egy rúd hossza 1,5 m, akkor ebben a kifejezésben 1,5 a *mértékszám*, a méter *mértékegység*.

A mértékszám megmutatja, hogy az adott fizikai mennyiség hányszorosa a mértékegységnek, vagyis

$$\text{fizikai mennyiség} = \text{mértékszám} \times \text{mértékegység}.$$

A rúd hosszát azonban nemcsak m-ben, hanem más mértékegységben is megadhatjuk (mm, cm, hüvelyk-stb.). A mérték-

egységeket elsősorban gyakorlati, célszerűségi szempontok alapján választják meg.

A fizikai mennyiségek és mértékegységeik jelölésére a magyar szabványok előírta jeleket (betűket) használjuk. Az alábbi táblázatban először a fontosabb fizikai mennyiségek szabványosított jelöléseit közöljük, majd ábécé sorrendben az egyes betűk, jelek által értelmezett mennyiségeket adjuk meg. Itt az álló betűk mértékegységet jelölnek. (A táblázatban nem szereplő mennyiségek és mértékegységek jelölését ott ismertetjük, ahol a szövegben előfordulnak.)

Tér-, idő- és tömegmennyiségek

hosszúság	l	idő	t
magasság	h	periódus	T
sugár	r, R	frekvencia	f
átmérő	d, D	szögsebesség;	
út; ívhossz	s	körfrekvencia	ω
hullámhossz	λ	fordulatszám	n
szög	α, β, γ	sebesség	v
fázisszög	φ	gyorsulás	a
terület; felszín;		nehézségi gyorsulás	g
keresztmetszet	A, q	tömeg	m
térfogat	V	sűrűség	ρ

Erő- és energiamennyiségek

erő	F	forgatónyomaték	M
súly	G	munka, energia	L
fajsúly	γ	teljesítmény	P
nyomás	p	hatásfok	η

Hőmennyiségek

hőmérséklet	t	hőmennyiség	Q
abszolút hőmérséklet	T	fajhő	c

Elektromos és mágneses mennyiségek

áramerősség	I, i	mágneses fluxus	Φ
elektromos töltés	Q, q	mágneses indukció	B
elektromos feszültség	U, u	mágneses térerősség	H
ohmos ellenállás	R	permeabilitás	μ
impedancia	Z	tekercsmenetszám	N
fajlagos ellenállás	ρ	induktivitás	L
vezetés	G	teljesítménytényező	$\cos \varphi$
fajlagos vezetés	γ	elektromos fluxus	Ψ
kapacitás	C	elektromos térerősség	E
dielektromos állandó	ϵ		

Fénymennyiségek

fényáram	Φ	fénysebesség	c
fénymennyiség	Q	törésmutató	n
fényerősség	I	gyűjtővolság	f
megvilágítás erőssége	E	dioptria	D

Fizikai mennyiségek és mértékegységek jelölése

A következő táblázatban a legfontosabb jelöléseket adjuk meg ábécé sorrendben. Az álló betűk és jelek mértékegységek.

a	gyorsulás	α	vonalas hőtágulási tényező
a	hőmérséklet-vezetési tényező	α	hőátadási tényező
at	atmoszféra (műszaki)	b	biztonsági tényező
atm	atmoszféra (fizikai)	b	szelesség
A	atomsúly	bar	nyomás egység
A	amplitúdó	B	mágneses indukció
A	Amper	β	köbös hőtágulási tényező
\AA	angström	β	szöggyorsulás

c	fénysebesség	φ	fázisszög
c	fajhő	$\cos \varphi$	teljesítménytényező
c	centi	Φ	fényáram
cal	kalória	Φ	mágneses fluxus
cd	candela	g	nehézségi gyorsulás
C	coulomb	g	gramm
C	kapacitás	G	csúsztatási modulus
C°	Celsius-fok	G	súly
d, D	átmérő	G	vezetés (elektromos)
d	deci	G	giga
dk	déka	γ	fajsúly
dB	decibel	γ	fajlagos vezetés
dyn	erőegység	h	magasság
D	irányító (direkciós) erő	h	Planck-féle állandó
D	torziónyomaték	h	hekto
D	dioptria	h	óra
e	elektron töltése	H	hangosság
eV	elektronvolt	H	mágneses térerősség
erg	munkaegység	H	henry
E	elektromos térerősség	Hz	hertz
E	energia	I	áramerősség
E	megvilágítás erőssége	I	hangintenzitás
E	rugalmassági modulus	I	fényerősség
ϵ	dielektromos állandó	J	tehetetlenségi nyomaték
η	hatásfok	J	joule
f	frekvencia, rezgésszám	k	hőátbocsátási tényező
f	gyűjtővolság	k	képtávolság
f	gravitációs állandó	k	kilo
F	erő	keal	kilokalória
F	gyűjtőpont	kg	kilogramm
F	farad		

kmol	kilogramm-molekulasúly	n	törésmutató
kp	kilopond	n	szint
K	keresztmetszeti tényező	N	nagyítás
K	képnagyság	N	tekercsmenetszám
K°	Kelvin-fok	N	newton
x	fajhőviszony	p	nyomás
		p, P	teljesítmény
l	hosszúság	p	piko
l	liter	p	pond
lm	lumen	π	Ludolf-féle szám (3,14)
lx	lux		
L	munka	q, Q	töltés (elektromos)
L	önindukciós tényező	q	métermázsa
LE	lóerő	Q	fénymennyiség
λ	hullámhossz	Q	hőmennyiség
λ	hővezetési tényező	r, R	sugár (félátmérő)
		rad	radián
m	tömeg	R	ohmos ellenállás
m	áttétel	R	gázállandó
m	méter	ρ	fajlagos ellenállás
m	milli	ρ	sűrűség
min	perc	ρ	sűrűlási szög
mol	gramm-molekulasúly	s	út, távolság, ívhossz
M	molekulasúly	s	másodperc
M	forgatónyomatek	σ	feszültség
M	mega	σ	sugárzási együttható
μ	molekula (atom) tömege	t	hőmérséklet
μ	permeabilitás	t	idő
μ	Poisson-féle szám	t	tárgytávolság
μ	sűrűlási együttható	t	tonna
μ	mikro	torr	nyomás egység
n	fördulatszám	T	periódus

T	abszolút hőmérséklet	Wb	weber
T	tárgynagyság	x	távolság (kitérés)
T	tera	X	meddő ellenállás (vált. áramú)
TE	atomi tömeg egység	XE	X-egység
τ	feszültség (csúszató, nyíró)	y	távolság (kitérés)
u, U	elektr. feszültség	Y	látszólagos vezetés
U	potenciál	Z	impedancia
v	sebesség	Z	fogszám
v	sebesség (átlag)	Ψ	elektromos fluxus
V	térfogat	ω	szögsebesség, körfrekvencia
V	volt	Ω	ohm
VA	voltamper		
W	watt		

Mértérendszer. A fizikai mennyiségek meghatározásához különböző mértérendszereket használnak. Ezek elsősorban abban térnek el egymástól, hogy különböző alammennyiségekre, ill. alammértékegységekre építik fel a fizikai mennyiségeket, ill. azok egységeit.

A mechanikában az ún. MKS **mértérendszerrel** dolgozunk. **Alammennyiségei:** a hosszúság, a tömeg és az idő, ill. a megfelelő **alammennyiségei:** a méter (m), a kilogramm (kg) és a szekundum (s). Elnevezését e három mértékegység kezdőbetűiből kapta. Ezekből az alammennyiségekből származtatjuk a többi fizikai mennyiséget és azok mértékegységeit. Ilyen leszármaztatott mennyiségek, ill. mértékegységek pl.

sebesség mértékegysége: m/s;
gyorsulás mértékegysége: m/s²;
erő mértékegysége: kgm/s²;
munka mértékegysége: kgm²/s²;
nyomás mértékegysége: kg/ms²;
teljesítmény mértékegysége: kgm²/s³ stb.

A másik, az ún. CGS **mértérendszer alammennyiségei** — az MKS rendszerrel megegyezően — a hosszúság, a tömeg és az idő; **alammértékegységei** azonban a centiméter (cm), a gramm (g) és a szekundum (s). Elnevezését itt is e három mértékegység kezdőbetűi adják. E mértérendszerben pl. a

sebesség mértékegysége: cm/s;
gyorsulás mértékegysége: cm/s²;
erő mértékegysége: gcm/s² stb.

A harmadik, az ún. **műszaki mértérendszer alammennyiségei:** a hosszúság, az erő és az idő. Ezeknek megfelelő **alammértékegységek:** a méter (m), a kilopond (kp) és a szekundum (s). Ebben a mértérendszerben tehát az erő az alammennyiség és a tömeg a leszármaztatott mennyiség. Pl. a

sebesség mértékegysége: m/s;
gyorsulás mértékegysége: m/s²;
tömeg mértékegysége: kps²/m;
nyomás mértékegysége: kp/m²;
munka mértékegysége: mkp;
teljesítmény mértékegysége: mkp/s stb.

Összefoglalva:

MKS mértérendszer:
alammennyiségek: hosszúság tömeg idő
alammértékegységek: m kg s

CGS mértérendszer:
alammennyiségek: hosszúság tömeg idő
alammértékegységek: cm g s

Műszaki mértérendszer:
alammennyiségek: hosszúság erő idő
alammértékegységek: m kp s

1954-ben fogadták el az új nemzetközi vagy SI **rendszert** (System International kezdőbetűiből). Ez hat alammennyiségből, ill. mértékegységből áll.

Mennyiség	(Jele)	Mértékegység	(Jele)
hosszúság	(l)	méter	(m)
tömeg	(m)	kilogramm	(kg)
idő	(t)	szekundum	(s)
hőmérséklet	(T, t)	Kelvin-fok	(K°)
fényerősség	(I)	candela	(cd)
áramerősség	(I)	amper	(A)

E rendszer egyik része a mechanikában használt MKS rendszer. Az elektrotechnikában az MKSA változata, az MSVA rendszer terjedt el, mely a tömeg helyett a feszültséget, ill. ennek mértékegységét a volt-ot (V) választja alammennyiségnek:

MKSA rendszer:

alammennyiségek: hosszúság tömeg idő áramerősség
alammértékegységek: m kg s A

MSVA rendszer:

alammennyiségek: hosszúság idő feszültség áramerősség
alammértékegységek: m s V A

Itt jegyezzük meg, hogy az egyes leszármaztatott mértékegységeket külön elnevezéssel, jelöléssel is használjuk. Ez azonban nem változtatja meg az alammennyiségeket, hanem gyakorlati szempontból egyszerűbbé teszi a számításokat. A munka mértékegységei pl. joule (J) = newton × méter (Nm) = = watt × szekundum (Ws) = kgm²/s².

A **mértékegységek tízes hatványozói.** A különböző fizikai mennyiségek adatait nagyobb vagy kisebb mértékegységben is kifejezhetjük. Ilyen esetben az alammennyiség neve elé a megfelelő latin vagy görög eredetű szócskát tesszük, s ezek segítségével jelöljük az alapegység 10; 100; 1000 stb.-szeres, vagy 0,1; 0,01; 0,001 stb.-szeres részeit. Az alábbi táblázatban a szorzószócskák nevét, jelölését és nagyságát adjuk meg:

Név	Jel	Nagyság
tera	T	1 000 000 000 000 = 10 ¹² billió
giga	G	1 000 000 000 = 10 ⁹ milliárd
méga	M	1 000 000 = 10 ⁶ millió
kilo	k	1 000 = 10 ³ ezer
hekto	h	100 = 10 ² száz
déka	dk (da)	10 = 10 ¹ tíz
deci	d	0,1 = 10 ⁻¹ tized
centi	c	0,01 = 10 ⁻² század
milli	m	0,001 = 10 ⁻³ ezred
mikro	μ	0,000 001 = 10 ⁻⁶ milliomod
náno	n	0,000 000 001 = 10 ⁻⁹ ezermilliomod
piko	p	0,000 000 000 001 = 10 ⁻¹² billiomod

3. Mértékegységek

Hosszúságmérés. A hosszúság (jele: *l*; a latin *longitudo* kezdőbetűje) mértékegysége a méter (m), a Párizs melletti Mértékügyi Hivatalban őrzött, platina-iridium rúdon levő két karcolás közötti távolság 0 °C-on. Nagyságát a francia forradalom idején a Föld Párizson átmenő negyed délkörének tízmilliomod részével határozták meg. A későbbi, pontosabb mérések alapján meg-



1. ábra. Méter-etalon

állapították, hogy a negyed délkör tízmilliomod része 0,0856 mm-rel nagyobb; mégis az 1889-ben tartott Mértékügyi Értekezleten ezt az ősmérték fogadták el a hosszúság alapmértékegységének (2. ábra).

22

A fizika fejlődésével 1960-ban a métert a kripton 86-os izotópjá által kibocsátott narancsszínű sugárzás hullámhosszának 1 650 763,73-szorosában állapították meg.

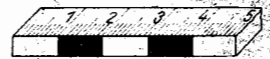
E hosszúságegységen kívül használják a többszörösét és törzseit is. Ezek: kilométer (km), centiméter (cm), milliméter (mm), mikrométer (μm) vagy mikron (μ), nanométer (nm) vagy millimikron (mμ), az atomfizikában az angström (Å) és az X-egység (XE).

A különböző mértékegységek nagyságrendjét és az átszámítási tényezőt az alábbi egyenlőség mutatja:

$$\text{km} > \text{m} > \text{dm} > \text{cm} > \text{mm} > \mu\text{m} > \text{nm} > \text{Å} > \text{XE};$$

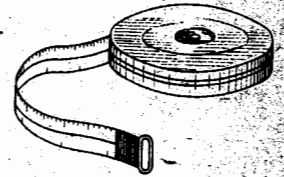
$$10^3 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10^3 \quad 10^3 \quad 10 \quad 10^3.$$

A hosszúság mérésekor a távolságot összehasonlítjuk egy (az ősméterrel) hitelesített mérőeszközzel. A mérési célnak, a pontosságának és a nagyságrendnek megfelelően mérőlecezt (2. ábra), mérőszalagot (3. ábra), tolómérőt (4. ábra), mikrométert (5. ábra) stb. használunk.



2. ábra. Mérőlece

Tömegmérés. A tömeg (jele: *m*; a latin *massa* kezdőbetűje) mértékegysége a kilogramm (kg), a Párizs melletti Mértékügyi Hivatalban őrzött, platina-iridium ötvözetből készített, 39 mm átmérőjű, 39 mm magasságú tömör henger tömege (őskilogramm).



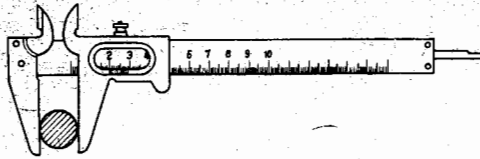
3. ábra. Mérőszalag

Használatos mértékegységek még a gramm (g; CGS mértékegység), ill. a mázsa (q) és a tonna (t). A mértékegységek közötti összefüggés:

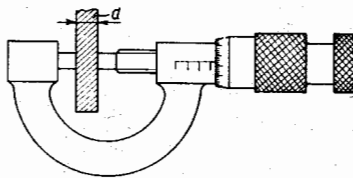
$$t > q > \text{kg} > \text{dkg} > \text{g} > \text{cg} > \text{mg};$$

$$10 \quad 100 \quad 100 \quad 10 \quad 100 \quad 10.$$

23



4. ábra. Tolómérő



5. ábra. Mikrométer

A tömeg mérést leginkább mérlegeléssel (statikus mérés) vagy az erőhatásra létrejövő gyorsulás segítségével végezzük (dinamikus mérés).

Erőmérés. Az erő (jele: *F*) mértékegysége a kilopond (kp); az az erő, amellyel a Föld vonzza az őskilogrammot (röviden: az őskilogramm súlya: $G = mg$).

Megkülönböztetésül a kg = tömegtől a kp = erő jelölést használjuk. [Egyes szakkönyvek használják még a kilogramm-súly (kgs), ill. az erő-kilogramm (kg) jelölést is.]

Használatos mértékegység még a pond (p), ill. a súly mértékegységeként a mázsasúly (qs) és a tonnasúly (ts).

Az erő (súly) mérést dinamométerrel, ill. a tömeg méréssel megegyezően — a tömeg és a gyorsulás segítségével vagy mérlegeléssel — végezzük.

Időmérés. Az idő (jele: *t*; a latin *tempus* kezdőbetűje) mérték-

24

egysége a szekundum (s) a középnapnak (közepes szoláris napnak) 86 400-ad része.

A Föld nem egyenes tengelyforgása miatt az 1960-ban tartott Mértékügyi Értekezleten a szekundumot a Föld Nap körüli keringésének, az ún. tropikus évnél 31 556 925,9747-ed részével rögzítették.

Használatos mértékegységek még a nap (d; a latin *die*-ből), az óra (h) és a perc (min; a latin *minutumból*).

A mértékegységek közötti összefüggés és egyenlőség:

$$1 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ min} = \frac{1}{3600} \text{ h} = \frac{1}{86400} \text{ d}.$$

$$d > h > \text{min} > \text{s};$$

$$24 \quad 60 \quad 60.$$

Az idő mérésekor órát, metronómot (ütemmérőt), ingát használunk.

A többi mértékegységet (amper, candela stb.) ott ismertetjük, ahol értelmezzük.

Fizikai egyenletek. A különböző fizikai mennyiségek közötti összefüggéseket fizikai egyenletekben, képletekben fejezzük ki. Pl. a munka (*L*), a teljesítmény (*P*) és az idő (*t*) között $L = Pt$ kapcsolat van. Itt az egyes mennyiségeket jelölő betűk a mértékszámot is és a mértékegységet is tartalmazzák. Az ilyen „mennyiségegyenletbe” a megfelelő fizikai mennyiségek akármi-lyen mértékegységben behelyettesíthetők. Ha pl. $P = 0,075 \text{ kW}$ és $t = 2 \text{ min}$, akkor az

$$L = Pt = 0,075 \text{ kW} \cdot 2 \text{ min} = 75 \text{ W} \cdot 120 \text{ s} = 9000 \text{ J} = 9000/9,81 \text{ mkp}$$

egyaránt helyes eredmény, mert

$$1000 \text{ W} = 1 \text{ kW}, \quad 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad 1 \text{ Ws} = 1 \text{ J} = 1/9,81 \text{ mkp}$$

összefüggéseknek megfelelően számoltunk.

Az egyenlet mindkét oldalán a fizikai mennyiségeknek és mér-

25

tékegységeknek meg kell egyezniök. Ezért helytelen a $P = Lt$ egyenlet; mert a teljesítmény definíciójának nem felel meg.

Viszonylag ritkábban használjuk az ún. „számtékegyenleteket”. Pl. az

$$L = 2,78 \cdot 10^{-7} Pt$$

összefüggés ebben a formában nem helyes, csak akkor, ha a teljesítményt kW-ban, az időt h-ban és a munkát J-ban vesszük. Az egyszerűség kedvéért az ilyen egyenletekben a megfelelő egységeket indexben jelöljük:

$$L_J = 2,78 \cdot 10^{-7} P_{kW} t_h.$$

A fizikai egyenletekben fontos szerepe van az *arányossági tényező*knak, amelyek a definícióknak megfelelően számtékre és mértékegységre nézve összekapcsolják a mennyiségeket. Pl. a

$$Q = cm \Delta t; \quad F_s = \mu F_n$$

egyenletekben a c fajhő leszármaztatott fizikai mennyiség, melynek mértékszámát és mértékegységét az egyenletben szereplő mennyiségek határozzák meg:

$$[c] = \frac{[Q]}{[m] \cdot [\Delta t]} = \frac{\text{kcal}}{\text{kg } ^\circ\text{C}}$$

A μ súrlódási együtthatónak is meghatározott fizikai értelme van, de mértékegysége nincs (puszta szám):

$$[\mu] = \frac{[F_s]}{[F_n]} = 1.$$

A fizikai egyenletekkel való számolás menete néha lényegesen eltér a matematikai számításoktól. Sokszor többet „mond” egy grafikon vagy egy szemléletes függvénytáblázat (diagram), mint maga a számítás eredménye. A pontosság követelményének figyelembevételével gyakran dolgozunk közelítő értékekkel (pl. a számításokban a nehézségi gyorsulást 10 m/s^2 -nek vesszük).

A matematikai számításokban általában egyenletet, egyenlet-

rendszereket oldunk meg, ill. az ismeretlen mennyiségeket (x, y, z) ismert mennyiségekkel (a, b, c) fejezzük ki. A fizikai számításokban az ismert és az ismeretlen mennyiségek kiindulási feltételeknek megfelelően felcserélődhetnek és a fizikai egyenlet, összefüggés bármelyik tagja ismeretlennek vehető.

A részeredményeket sokszor külön is kiszámítjuk, mert az ezekből kapott eredmények pl. az erőkre, fordulatszámokra stb. a műszaki gyakorlatban fontos felvilágosítást adnak.

Példa

Határozzuk meg, hogy a percnként 200 fordulattal forgó szíjtárcsa hány kW teljesítményt visz át, ha a tárcsa átmérője $d = 1500 \text{ mm}$, a szíjhúzás $F_1 = 6000 \text{ N}$, ill. $F_2 = 2700 \text{ N}$ és a hatások $\eta = 70\%$.

A matematikai számítás lényegében a

$$P = \eta Fv = \eta(F_1 - F_2)d\omega$$

képletbe helyettesítéssel adja az eredményt. A fizikai számításban gyakran külön-külön kiszámítjuk a kerületen ható erőt:

$$F = F_1 - F_2 = 3300 \text{ N},$$

a kerületi sebességet:

$$v = d\omega = 15,7 \text{ m/s},$$

a teljesítményt veszteség nélkül:

$$P_0 = Fv \approx 51,8 \text{ kW},$$

végül a keresett teljesítményt a hatások figyelembevételével:

$$P = \eta Fv \approx 36,3 \text{ kW}.$$

Még egy lényeges eltérést kell kiemelni. A fizikai számításokban fizikai mennyiségekkel, mértékszámokkal dolgozunk, vektorok esetén az irányt is figyelembe kell venni stb.

A fenti feladatban pl. a fordulatszámot s-ra kell átírni, vagyis:

$$[n] = \frac{1}{\text{min}} = \frac{1}{60 \text{ s}}$$

ill. a kW-ra való áttéréskor az

$$1 \text{ W} = 10^{-3} \text{ kW}$$

összefüggést kell tekintetbe venni. A kerületen ható erő,

$$F = F_1 - F_2$$

a szíjhúzó erők különbsége, de a tárcsa tengelyére ható erő a szíjerők összege!

4. Vektorok összeadása és felbontása

Skaláris és vektormennyiség. A fizikai mennyiségek egy részét a mértékszám és a mértékegység egyértelműen meghatározza. Ilyen pl. a hosszúság, a tömeg, az idő, a munka, a hőmérséklet, az elektromos ellenállás stb. Ezek az ún. *skaláris mennyiségek*.

Az elmozdulás, a sebesség, az erő, az elektromos térerősség, a mágneses indukció stb. pedig olyan mennyiségek, amelyeket a mértékszámokon és a mértékegységeken kívül az irányuk is jellemez. Ezek az ún. *vektormennyiségek* (röviden: vektorok).

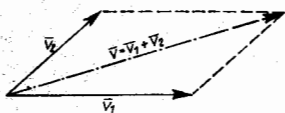
A vektormennyiségeket grafikusán egy nyíllal ábrázoljuk; hossza a vektor nagyságával arányos, iránya pedig a vektor irányát mutatja. Ábrázoláskor megadjuk a megfelelő léptéket (pl. $1 \text{ cm} \hat{=} 10 \text{ N}$, vagyis a rajzon 1 cm hosszúság 10 N erőnek felel meg).

A vektormennyiségek jelölésére — ha külön ki akarjuk hangsúlyozni vektori jellegüket — félkövér állóbetűt használunk (pl. F).

A vektor abszolút értékét (nagyságát) világos szedésű dőlt betűvel jelöljük (pl. F).

Vektorok összeadása. A skaláris mennyiségek algebrailag összegezhettek, vektorokra azonban más szabály érvényes.

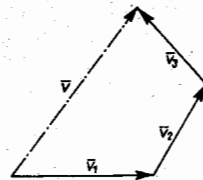
Két, egy síkban fekvő, szöget bezáró vektor eredőjét (összegét) az összetevőkkel szerkesztett paralelogramma átlója adja (paralelogramma-módszer; 6. ábra).



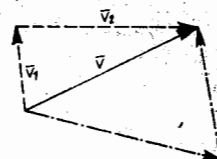
6. ábra. Paralelogramma-módszer

A gyakorlatban — főleg több vektor összegezésekor — az ún. *sokszög- (poligon-) módszert* alkalmazzuk:

A vektorokat irány és nagyság szerint egymás után felmérjük. Az eredőt a sokszög záróoldala (az első vektor kezdetét és az utolsó vektor végét összekötő vektor) adja (7. ábra).

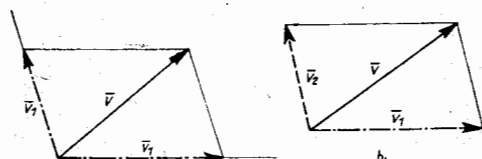


7. ábra. Sokszög-módszer



8. ábra. Vektorfelbontás

A vektorok felbontása tulajdonképpen a vektorok összetételének megfordítása. A felbontás azonban végtelen sokféle lehet, mert számtalan sok olyan paralelogramma szerkeszthető, amelynek átlója az adott vektor (8. ábra). Ha azonban a két összetevő



9. ábra. Vektorfelbontás

iránya adott (9a ábra), vagy az egyik összetevő iránya és nagysága (9b ábra), (ill. a két összetevő nagysága), a felbontás egyértelműen elvégezhető.

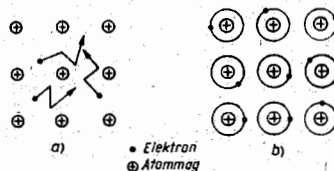
A) AZ ELEKTROMOS ÁRAM ALAPTÖRVÉNYEI

95. Az elektromos töltések áramlása

A testek elektromos állapota. Az elektromos töltések keletkezését a következőképpen magyarázzuk. Minden atom magja pozitív töltésű *protonokból* és töltés nélküli *neutronokból* áll. A mag körüli elektronhéjban keringenek a protonokkal egyenlő számú, de negatív töltésű elemi részecskék, az *elektronok*. Ez esetben az atom kifelé elektromos hatást nem mutat. Ha azonban elektronokat ad le, akkor a protonok pozitív töltése érvényesül, és az atom *pozitív ionná* válik, ill. elektronfelvétel esetén *negatív ionná* alakul.

Pozitív töltés: elektronhiány, negatív töltés: elektrontöbblet.

Vezetők, szigetelők. Az anyagok elektromos szempontból két csoportba oszthatók: *vezető- és szigetelőanyagokra*. Azokat az anyagokat, amelyek mozgásképes töltéshordozókat (elektronokat, ionokat) tartalmaznak, *elektromos vezetőknek* nevezzük.



370. ábra. a) Előrendű vezető; b) szigetelő

A fémek és a szén ún. *elsőrendű vezetők*. Ezek kristály szerkezetűek; a rácspontokban vannak a kötött helyzetű pozitív ionok (370a ábra) és közöttük rendszertelen hőmozgást végeznek a külső héjból leszakadt szabad elektronok („vegérték”-elektronok). A savak, sók és bázisok vizes oldatai (elektrolitok), a ritkított gázok ún. *másodrendű vezetők*. Ezekben a vezetést ionok létesítik.

A másik csoportba tartoznak az *elektromos szigetelőanyagok*. Ilyen pl. az üveg, porcelán, olaj, a különböző műanyagok, a gázok stb. Ezekben nincsenek mozgásképes töltéshordozók (370b ábra).

A szelén, germánium, szilícium stb. ún. *félvezetők*. Ezek általában olyan kristályos szerkezetű anyagok, amelyek részben a vezetők, részben a szigetelők tulajdonságaival rendelkeznek.

Elektromos áram. A folyadékok áramlásával kapcsolatosan megállapítottuk, hogy ha egy közlekededény két szárában állandó nyomáskülönbséget (szintkülönbséget) létesítünk, akkor a folyadék a magasabb nyomású helyről az alacsonyabb felé áramlik. Ennek azonban az a feltétele, hogy megfelelő munka befektetésével (pl. a 371. ábrán a szivattyú segítségével) az állandó nyomáskülönbséget fenntartsuk. Az áramló folyadék energiája munkává alakítható (pl. vízturbinát működtet).

A hasonlatot értelemszerűen alkalmazhatjuk elektromos viszonyokra. Ha pl. egy fémhuzal mágneses indukcióvonalakat metsz, akkor a vezetőben levő szabad elektronok elmozdulnak: az egyik végén elektrontöbblet, a másikon elekt-

371. ábra. Elektromos áram hidrodinamikai analógiája

ronhiány jön létre. Ezáltal — mint majd részletesen is tárgyaljuk — a szétválasztott töltések között elektromos „nyomáskülönbség”, elektromos erőteret keletkezik. Kapsoljunk a vezető két végéhez egy kisebb izzólámpát; azt tapasztaljuk, hogy a lámpa felvillan, ill. állandó feszültség esetén tartósan világít. Ennek az a magyarázata, hogy a töltéshordozók rendezett irányú mozgást végeznek, *elektromos áram* jött létre.

A hasonlatnak megfelelően az állandó feszültséget létesítő *feszültségforrásnak* vagy *áramforrásnak* a szivattyú, az elektromos áramnak az áramló víz, az izzólámpának (fogyasztónak) pedig a turbina felel meg.

Az *elektromos áram* a *töltéshordozók* (fémhuzalban az elektronok) *rendezett irányú mozgása* elektromos erő hatására.

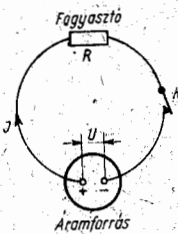
Áramkör. A feszültséget létesítő áramforrásból, a fogyasztóból és az összekötő vezetésekből álló zárt rendszert *áramkörnek* nevezzük (372. ábra). Ha az áramkört pl. a *K* kapcsolóval megszakítjuk, megszűnik az elektronok áramlása (nyitott áramkör).

A *feszültségforrások* vagy *áramforrások* olyan berendezések, amelyek valamilyen energiát elektromos energiává képesek átalakítani, pl.

- mechanikai energiát (elektromos generátorok);
- vegyi energiát (galvánelemek);
- hőenergiát (termoelemek);
- fényenergiát (fotocella, fényelem) stb.

Megfordítva: az elektromos energia különböző gépek, készülékek, berendezések stb., az ún. *fogyasztók* segítségével más energiákká alakítható át, pl.

- mechanikai energiává (motorok);
- vegyi energiává (akkumulátorok);
- hőenergiává (vasaló, hőszugárzó stb.);
- fényenergiává (izzólámpa) stb.



372. ábra. Áramkör

Az elvezések bizonyos félreértéseket okozhatnak. Az áramforrás nem „termeli” a töltéshordozókat, hanem a mozgásukhoz szükséges energiát, feszültséget szolgáltatja; a fogyasztó sem áramot, hanem energiát „fogyaszt”, ill. alakít át más energiává. Gondoljunk csak arra, hogy a szivattyú nem „termeli”, ill. a turbina nem „fogyasztja” a vizet, hanem az áramló víz energiáját biztosítja, ill. alakítja át.

96. Áramerősség

Ha a feszültségforrás (áramforrás) sarkaihoz vezetővel fogyasztót kapcsolunk, a negatív sarkáról (pólusról) a szabad elektronok a fogyasztón át az áramforrás pozitív sarka (pólusa) felé haladnak (fizikai áramirány). A gyakorlatban használt, ún. *technikai áramirány* a pozitív ionok áramlási iránya (a pozitív sarktól a negatív felé mutat).

Ha a vezető bármely keresztmetszetén t idő alatt Q töltés halad át, akkor az áramerősséget (jelle: I) az

$$I = \frac{Q}{t}$$

hányados, vagyis az 1 s alatt áthaladó töltés határozza meg.

Az áramerősséget a gyakorlati elektromos mértékrendszerben alapszámításnak választjuk. Mértékegysége az *amper* (jelle: A). Értékét az áramot vivő vezetők közötti erőhatással definiáljuk (l. 558. old.). Elektrokémiai alapon a nemzetközi mértékegységet a következőképpen rögzítették:

1 A erősségű az az áram, amely az ezüstnitrát vizes oldatából 1 s alatt 1,118 mg ezüstöt választ ki.

Az izzólámpa, a különböző háztartási berendezések (villanyvasaló, hősugárzó stb.) áramerőssége 0,1 A és 10 A között van. A különböző elektromotorok — a teljesítménytől függően — 1 A-től több 1000 A-ig vehetnek fel áramot. (Az alumíniumkohászatban pl. 20 kA—100 kA áramerősséggel dolgoznak.)

Az áramerősség $I = Q/t$ definíciója segítségével a töltés mértékegységét is meghatározhatjuk. Ha az áramerősséget A-ban, az időt s-ban mérjük, akkor a

$$Q = It$$

összefüggés alapján a töltés mértékegysége a *coulomb* (jelle: C):

$$\text{coulomb} = \text{amper} \times \text{szekundum} \quad (C = \text{As}).$$

Eszerint 1 A áramerősség esetén a vezető keresztmetszetén 1 s alatt 1 C töltés halad át.

A legkisebb töltés az *elektron töltése* (elemi töltés):

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} (= \text{As}).$$

A gyakorlatban használt töltésegység az *amperóra* (jelle: Ah):

$$1 \text{ Ah} = 3600 \text{ As} = 3600 \text{ C}.$$

Példák

1. A villanyvasalót 2,2 A áramfelvétel mellett 30 min-ig használjuk. Mennyi töltés halad át ez idő alatt a fűtőszálon?

Megoldás

Mivel $I = 2,2 \text{ A}$ és $t = 30 \text{ min} = 1800 \text{ s}$, tehát

$$Q = It = 2,2 \cdot 1800 \text{ As} = 4260 \text{ C}.$$

2. Hány elektron halad át a vezető keresztmetszetén 1 s alatt, ha az áramerősség 1 A?

Megoldás

Mivel az elektron töltése:

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

és 1 s alatt az áthaladó töltés:

$$Q = It = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ As} = 1 \text{ C},$$

tehát az elektronok száma (N):

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{1 \text{ C}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 6,25 \cdot 10^{18}.$$

Vagyis 1 A áramerősség esetén a vezető keresztmetszetén 1 s alatt $6,25 \cdot 10^{18}$ elektron halad át.

97. Feszültség

Elektromos áram a zárt áramkörben csak akkor jöhet létre, ha a feszültségforrásnak (áramforrásnak) a töltéshordozók mozgásához megfelelő energiája, feszültsége van. A 411. ábrán vázolt kísérleti berendezéssel igazolható, hogy a keletkező hőmennyiség — amely arányos az elektromos munkával — függ a feszültségtől és a töltéstől, ill. az áramerősségtől és az időtől. Eszerint ha U feszültség hatására t ideig állandó I erősségű áram, ill. $Q = It$ töltés halad át az R fogyasztón, akkor az áram munkája:

$$L = UQ = UI t.$$

Innen

$$U = \frac{L}{Q} = \frac{L}{It},$$

vagyis az U feszültség az egységnyi töltésre jutó energia. (Erről később részletesebben is szó lesz.) Az elektromos teljesítmény pedig a $P = L/t$ összefüggés alapján:

$$P = UI.$$

Ha a munkát, ill. a teljesítményt a mechanikában rögzített mértékegységekben ($J = Ws = \text{Nm}$, ill. $W = \text{Nm/s}$) fejezzük ki, akkor a feszültség mértékegysége, a *volt*: (jelle: V) a következőképpen definiálható:

1 V a feszültség két pont között, ha 1 C (= 1 As) töltés átviteléhez 1 J munka szükséges:

$$V = J/C = J/\text{As}.$$

Más megfogalmazásban:

1 V a feszültség, ha 1 A áramerősség esetén az elektromos teljesítmény 1 W:

$$V = W/A.$$

Már a bevezető részben, a mértékrendszerek és a mértékegységek ismertetése során mondtuk, hogy az elektrotechni-

kai számításokban a MSVA és a MKSA mértékrendszer használatos. Az első abban tér el a másodiktól, hogy ebben a feszültség alapszámítás és a tömeg leszámított mennyiség. E két mértékrendszer között azonban szoros kapcsolat van, mert a feszültség mértékegységét úgy állapították meg, hogy az összhangban legyen az áramerősség és a teljesítmény mértékegységével. A két mértékrendszert a

$$P = UI \quad (W = VA)$$

összefüggés kapcsolja össze. Mi a továbbiakban a MSVA (*Giorgi*-) rendszert használjuk, vagyis a hosszúság és az idő mellett a feszültséget és az áramerősséget választjuk alapszámításnak, ill. m, s, V, A egységeket alapszámításoknak. Ez utóbbi két alapvető mennyiség ui. egyszerűen, jól áttekinthetően definiálja az elektromos mennyiségeket. Az elektromos áramerősség mennyiségi szempontból jellemző adat ($I = Q/t$), az elektromos feszültség pedig a munka- (energia-) viszonyokra ad felvilágosítást ($U = L/Q$).

98. Ohm törvénye. Elektromos ellenállás

Ohm törvénye. Kapcsoljunk egy fémhuzalt változtatható U feszültségű áramforrás sarkaihoz, és mérjük az átfolyó I áramerősséget. Megállapíthatjuk, hogy az áramerősség a feszültséggel egyenesen arányos:

$$U = IR.$$

A képletben szereplő R arányossági tényező a vezető fémhuzal anyagi minőségétől, méreteitől és hőmérsékletétől függő állandó: a *vezető elektromos ellenállása*.

Állandó feszültség mellett változtassuk az ellenállás értékét; azt tapasztaljuk, hogy az áramerősség a vezető ellenállásával fordítottan arányos.

Ezt az összefüggést *Ohm* német fizikus állapította meg először, ezért *Ohm-törvénynek* nevezzük.

Az *elektromos ellenállás*. A fenti törvény alapján az ellenállás

mértékegysége az *ohm* (jele: Ω , ómega) meghatározható. Mivel

$$R = \frac{U}{I}$$

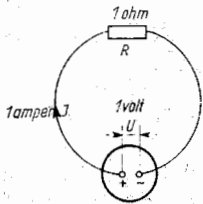
és az U feszültség mértékegysége V , az I áramerősség mértékegysége A , tehát

$$\text{ohm} = \frac{\text{volt}}{\text{amper}} \quad \left(\Omega = \frac{V}{A} \right)$$

Nagyobb mértékegységei:

- 1 kilohm ($k\Omega$) = $10^3 \Omega$;
- 1 megohm ($M\Omega$) = $10^6 \Omega$;
- 1 gigohm ($G\Omega$) = $10^9 \Omega$.

1 Ω ellenállású a vezető, ha abban 1 V feszültség 1 A erősségű áramot létesít (373. ábra).



Az ellenállás mértékegységét nemzetközileg a következőképpen rögzítették:

1 Ω ellenállású az 1,063 m hosszú, 1 mm² keresztmetszetű, 0 °C hőmérsékletű higanyszál.

Az ellenállás fordított értékét vezetőknek nevezzük (jele: G):

$$G = \frac{1}{R}, \text{ ill. } R = \frac{1}{G}$$

Mértékegysége a *siemens* (jele: S):

$$S = \frac{1}{\Omega} = \frac{A}{V}$$

Példák

1. A 100 W teljesítményű izzólámpát 220 V feszültségű hálózatra kapcsoljuk. a) Milyen erősségű áram folyik rajta keresztül? b) Mekkora a lámpa ellenállása izzó állapotban?

Megoldás

Mivel $P = UI$, tehát az áramerősség:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{100 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 0,454 \text{ A}$$

Az ellenállása pedig:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{0,454 \text{ A}} = 484 \Omega$$

2. Egy voltmérő ellenállása 1,5 k Ω , mérés határa 10 V. Mekkora áram folyik rajta keresztül, ha a mutatója 3 V, ill. 10 V értéket jelez?

Megoldás

Mivel a műszer ellenállása $R = 1500 \Omega$, tehát az áramerősség

$$3 \text{ V-nál } I_1 = \frac{U_1}{R} = \frac{3 \text{ V}}{1500 \Omega} = 0,002 \text{ A} = 2 \text{ mA};$$

$$10 \text{ V-nál } I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{10 \text{ V}}{1500 \Omega} = 0,00667 \text{ A} = 6,67 \text{ mA}$$

A 373. ábrán vázolt kísérleti összeállításban különböző hosszúságú (l), keresztmetszetű (A) és különböző anyagi minőségű fémhuzalokat kapcsolunk az áramkörbe. A mérések alapján igazolhatjuk a következő összefüggést:

Az ellenállás a vezető hosszával egyenesen, a keresztmetszetével fordítottan arányos:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

A képletben szereplő ρ arányossági tényező a vezető anyagi minőségétől és a hőmérsékletétől függő állandó, az ún. *fajlagos ellenállás*. Mértékegysége a

$$\rho = \frac{RA}{l}$$

összefüggésnek megfelelően

$$[\rho] = \frac{\Omega m^2}{m} = \Omega m$$

Gyakorlati számításokban a vezető keresztmetszetét mm²-ben vesszük; ebben az esetben mértékegysége

$$[\rho] = \Omega mm^2/m,$$

vagyis

$$1 \Omega mm^2/m = 10^{-6} \Omega m$$

A *fajlagos ellenállás* az 1 m hosszú, 1 mm² (1 m²) keresztmetszetű vezető ellenállása.

A *fajlagos ellenállás* reciproka a *fajlagos vezetést* adja (jele: γ):

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

A következő táblázatban a fontosabb anyagok fajlagos ellenállását (ρ), fajlagos vezetését (γ) és a későbbiekben tárgyalt hőfoktényezőjét (β) adjuk 20 °C hőmérsékleten.

Anyag	Fajlagos ellenállás ($\Omega mm^2/m$ = = $10^{-6} \Omega m$)	Fajlagos vezetést ($m/\Omega mm^2$ = = $10^{-6} S/m$)	Hőfoktényező ($1/^\circ C$)
alumínium	0,029	34,5	0,0046
antimon	0,45	2,22	0,0041
arany	0,023	43,5	0,004
ezüst	0,016	60	0,004
higany	0,958	1,04	0,00092
horgany	0,061	16	0,0037
nikkel	0,08...0,11	12,5...9,9	0,0037...0,006
ólom	0,21	4,8	0,0042
ozmium	0,10	10	0,004
platina	0,108	9,3	0,0045
szén	10...100	0,1...0,01	-0,0002...-0,0008
vas	0,09...0,15	11...6,7	0,0045...0,006
vörösréz	0,0175	57	0,004
wolfram	0,055	18	0,005
<i>Ötvözetek</i>			
konstantán	0,49...0,52	2	-0,000005
kruppon	0,85	1,2	0,0007
krómnikkel	1,2	0,8	0,000124
manganin	0,42	2,4	0,00001
nikkelin	0,42	2,4	0,00023
sárgaréz	0,08	12,5	0,0015
újzest	0,15...0,4	6,7...2,5	0,0002...0,0007

A táblázatból látható, hogy az ezüst után a vörösréz, ill. az alumínium fajlagos ellenállása a legkisebb.

Egyes ötvözetek, pl. a nikkelin, manganin, krómnikkel fajlagos ellenállása aránylag nagy. Ezek az ún. ellenállásfémek.

Példa

A 220 V feszültségre kapcsolt villanyvasaló 2 A erősségű áramot vesz fel. a) Határozzuk meg a 0,2 mm átmérőjű krómnikkel fűtőhuzal hosszát ($\rho = 1,1 \Omega mm^2/m$); b) ugyanilyen átmérő esetén milyen hosszú vörösréz huzal lenne szükséges ($\rho_v = 0,0175 \Omega mm^2/m$)?

Megoldás

a) A fűtőhuzal szükséges ellenállása *Ohm* törvénye alapján:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{2 \text{ A}} = 110 \Omega$$

A huzal hosszát az

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

összefüggésből számíthatjuk ($A = d^2\pi/4 = 0,2^2 \cdot 3,14/4 \text{ mm}^2 = 0,0314 \text{ mm}^2$):

$$l = \frac{RA}{\rho} = \frac{100 \Omega \cdot 0,0314 \text{ mm}^2}{1,1 \Omega mm^2/m} = 3,14 \text{ m}$$

b) Ugyanilyen átmérő esetén — változatlan ellenállásérték mellett —

$$R = \rho \frac{l}{A} = \rho_v \frac{l_v}{A}, \text{ ill. } \rho l = \rho_v l_v$$

tehát a vörösréz huzal hossza:

$$l_v = \frac{\rho}{\rho_v} l = \frac{1,1}{0,0175} \cdot 3,14 \text{ m} = 197,4 \text{ m}$$

lenne.

Hőfoktényező. Az ellenállás nemcsak a vezető méreteitől, hanem a hőmérséklettől is függ. Az ellenállás változása fémek esetén általában egyenesen arányos a hőmérséklet változásával. Vannak azonban anyagok, pl. a konstantán, szén, az elektrolitok, félvezetők stb., amelyeknek ellenállása a hőmérséklet emelkedésével csökken.

Ha a kiindulási t_0 hőmérsékleten a vezető ellenállása R_0 és $\Delta t = t - t_0$ hőmérsékletváltozás esetén R , akkor az ellenállás változása:

$$\Delta R = R - R_0 = \beta R_0 \Delta t,$$

ill. az ellenállás t hőmérsékleten:

$$R = R_0(1 + \beta \Delta t).$$

Itt β a vezető anyagi minőségétől függő állandó, az ún. hőfok-tényező. Mértékegysége:

$$[\beta] = \frac{[\Delta R]}{[R_0][t]} = \frac{\Omega}{\Omega^\circ} = \frac{1}{^\circ\text{C}}.$$

A hőfoktényező számértéke megadja a viszonylagos ellenállás-változást 1°C hőmérsékletváltozás esetén.

A különböző anyagok hőfoktényezőjét a 470. oldalon levő táblázatban tüntették fel.

Példa

Egy elektromotor vöröaréz tekercselésének ellenállása 20°C -on $1,75 \Omega$, hosszabb üzemeltetés után pedig $2,1 \Omega$ -ra emelkedik. Mennyi a tekercs üzemi hőmérséklete?

Megoldás

Mivel $\beta = 0,004 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ és $\Delta R = 0,35 \Omega$, tehát a hőmérsékletváltozás:

$$\Delta t = \frac{\Delta R}{\beta R_0} = \frac{0,35 \Omega}{0,004 \text{ } 1/^\circ\text{C} \cdot 1,75 \Omega} = 50^\circ\text{C}.$$

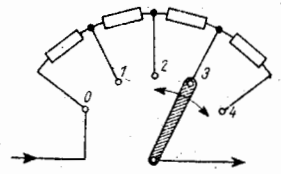
Az üzemi hőmérséklet pedig:

$$t = (50 + 20)^\circ\text{C} = 70^\circ\text{C}.$$

Az ellenállás- és hőmérsékletváltozás közötti összefüggés segítségével igen nagy hőmérsékleteket lehet nagy pontossággal mérni. Ezek az *elektromos*, pontosabban *ellenállás-hőmérők* lényegében olyan árammérés műszerek, amelyeknek skáláját a hőmérsékletre hitelesítik.

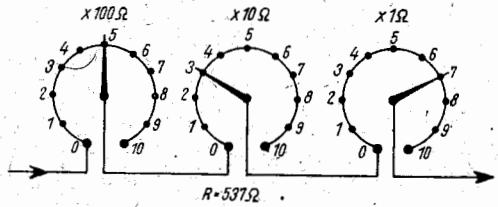
Ohm törvényének megfelelően a szükséges áramerősség beállítására, ill. a feszültség és az áramerősség változtatására, szabályozására különböző ellenállásokat használnak.

A *karos ellenállás* segítségével (374. ábra) meghatározott értékkel, ugrásszerűen változtatható az ellenállás nagysága. Mérő-ellenállásként *dekadikus karos ellenállást* (375. ábra) vagy a súlysorozathoz hasonló Ω -értékekből (1, 2, 2, 5, ...) összeállított *ellenállás-szekrényt* használnak. Ez utóbbiban az ellenállás-értéket a megfelelő rövidzáró fémdugók kihúzásával állítják be (376. ábra).

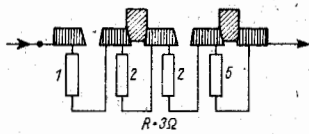


374. ábra. Karos ellenállás

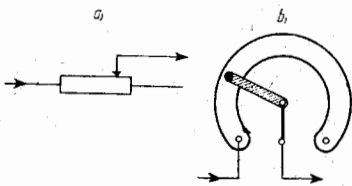
Finomabb szabályozásra alkalmasak az ellenállás-huzalból vagy grafitból készített *tolóellenállások*, az ún. *potenciométerek* (377. ábra). A 378. ábrán látható kapcsolatban pl. *tolóellenállással* szabályozzuk az ivilámpa áramerősségét, ill. a fényerősségét. Ha a K kart az a pontra állítjuk, akkor az ellenállás értéke a legkisebb, b helyzetben pedig a legnagyobb. Az ellenállás növelésével az áramerősség csökken (U állandó).



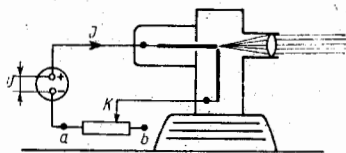
375. ábra. Dekadikus karos ellenállás



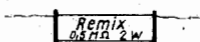
376. ábra. Ellenállás-szekrény



377. ábra. a) Potenciométer jelölése és b) szerkezeti rajza



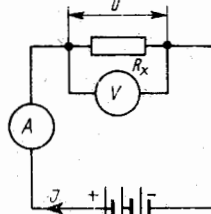
378. ábra. Ivilámpa



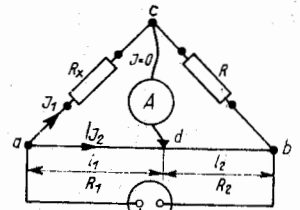
379. ábra. Bétgeellenállás

Az állandó értékű ellenállások közül legismertebbek a különböző értékű és teljesítményű *rétegellenállások* (379. ábra).

Ellenállásmérés. Az ismeretlen R ellenállás értékét meghatározhatjuk Ohm törvénye alapján. Megmérjük az ellenállás sarkain az U feszültséget, az I áramerősséget (380. ábra), és az ellenállást az $R = U/I$ összefüggés alapján kiszámítjuk.



380. ábra. Ellenállásmérés



381. ábra. Wheatstone-hidakapcsolás

A gyakorlatban legjobban elterjedt a *Wheatstone-hidakapcsolás* elvén működő ellenállásmérés. Az ismeretlen (R_x) és az ismert (R) ellenállást a 381. ábra szerint kapcsoljuk az áramforráshoz. A feszültségmérő műszer egyik vége az egyenletes A keresztmetszetű ab mérőhuzalhoz, a másik vége a két ellenállás közös c pontjához csatlakozik. Méréskor az egyik vezetőket addig csúsztatjuk el a mérőhuzalon (d), amíg a „hidba” kapcsolt műszeren áram nem folyik keresztül. Ebben az esetben a c és d pontok között nincs feszültség, tehát

$$U_{ac} = U_{ad} \text{ és } U_{bc} = U_{bd}.$$

Vagyis Ohm törvénye alapján

$$R_x I_1 = R_1 I_2 \text{ és } R I_1 = R_2 I_2.$$

Ha a két egyenletet egymással elosztjuk, az áramerősségek kiesnek:

$$\frac{R_x}{R} = \frac{R_1}{R_2},$$

s ebből

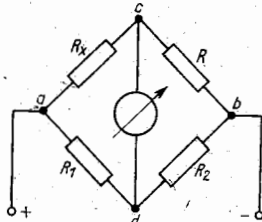
$$R_x = R \frac{R_1}{R_2}$$

Azonban az a_b mérőhuzal A keresztmetszete és ρ fajlagos ellenállása állandó, tehát

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \frac{l_1}{A}}{\rho \frac{l_2}{A}} = \frac{l_1}{l_2}$$

vagyis az ismeretlen ellenállás értéke:

$$R_x = R \frac{l_1}{l_2}$$

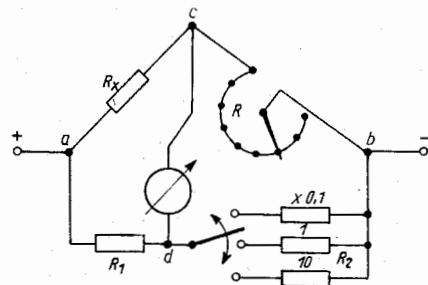


382. ábra. Wheatstone-híd

A műszer akkor a legérzékenyebb, ha R értékét úgy választjuk meg, hogy a d pont a mérőhuzal közepe felé essék.

A mérőhuzal helyett állandó értékű R_1 és R_2 ellenállást is alkalmazhatunk (382. ábra). A méréshatár kibővítése céljából R_2 értékét egy átkapcsolóval úgy állíthatjuk be, hogy R_1/R_2 értéke 0,1; 1; 10; ... legyen (383. ábra). Ebben az esetben az

$$R_x = R \frac{R_1}{R_2}$$



383. ábra. Wheatstone-híd változtatható méréshatárokkal

összefüggésnek megfelelően az R mérőellenállás értékeknek 0,1; 1; 10; ...-szeres értéke meghatározható. R lineárisan változtatható ellenállású potenciométer.

Feladatok

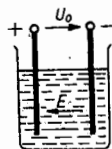
- Mekkora ellenállása van a 300 m hosszú, 2 mm átmérőjű alumínium huzalnak? ($R = 2,77 \Omega$)
- A 220 V feszültségre kapcsolt elektromotor áramfelvétele 5 A. Mekkora az ellenállás értéke? ($R = 44 \Omega$)
- A 12 V-os akkumulátortelep 20 min-ig 100 mA erősségű áramot szolgáltat. Mekkora a rákapcsolt fogyasztó ellenállása, és hány C töltés haladt át a telepen? ($R = 120 \Omega$, $Q = 0,033 C$)
- Az elektromos főzőlapon 0,40 mm átmérőjű, 4 m hosszú krómnikkel huzal van. Mekkora a huzal ellenállása és hány amper az áramfelvétele, ha 110 V feszültségű áramforrásra kapcsoljuk? ($R = 28,9 \Omega$, $I = 3,8 A$)
- Egy vörösréz távvezeték ellenállása km-enként 1,8 Ω . Mekkora a vezeték átmérője? ($d = 3,40$ mm.)
- A 220 V feszültségre kapcsolt villanyvasaló 2,5 A áramot vesz fel. Határozzuk meg a 0,4 mm átmérőjű krómnikkel fűzőhuzal hosszát. ($I = 0,2$ m.)
- A hőszálas ampermérőbe 20 Ω ellenállású, 22 mm hosszú konstantán huzal szükséges ($\rho = 0,5 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$). Milyen átmérőjű huzalt kell választani? ($d \approx 0,026$ mm.)
- A 180 mm hosszú, 0,6 mm átmérőjű szénzál üzemi hőmérséklete

a szénzálás izzólámpában 1200 C°. Mekkora a szál ellenállása hidegen (20 C°-on) és felizítva, ha $\rho = 40 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, $\beta = -0,0002 1/C^\circ$? ($R_{20} = 25,47 \Omega$, $R_{1200} = 19,46 \Omega$)

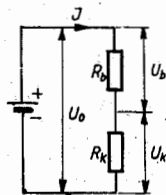
- A villanycsengő és az áramforrás 60 m távolságra van. A vezeték 0,6 mm átmérőjű vörösréz huzal. Mekkora a vezeték ellenállása és a vezetéken a feszültség, ha a mért áramerősség 250 mA? ($R = 74,4 \Omega$, $U_v = 18,6 V$.)

100. Üresjárású feszültség. Kapocsfeszültség

Megállapítottuk, hogy az áramforrások feszültsége az egységnyi töltés szétválasztásához szükséges munkával (energiával) jellemezhető. Ennek az ún. *elektromotoros feszültségnek* (más elnevezése *elektromotoros erő*; jele: E) hatására az áramforrás sarkain ellentétes előjelű töltések gyűlnek össze.



384. ábra. $U_0 = -E$



385. ábra. $U_0 = U_k + U_b$

A töltések szétválasztása következtében ún. *üresjárású feszültség* (U_0) keletkezik, amely az elektromotoros feszültséggel ellentétes előjelű (384. ábra). Ha az áramforrás sarkait vezetővel nincsenek összekapcsolva, kialakul egy egyensúlyi állapot, amelyre $U_0 = -E$. Az elektromotoros feszültség tehát a töltések szétválasztásának oka, az üresjárású feszültség pedig ennek a következménye. (Számításainkban az üresjárású feszültséget használjuk.)

Ha az áramforrás sarkai közé R_k ellenállást kapcsolunk, akkor nemcsak a külső fogyasztónak, hanem az áramforrásnak az

ellenállását, az ún. *belső ellenállást* (R_b) is számításba kell venni. Legyen az áramerősség I , akkor a belső ellenálláson

$$U_b = IR_b$$

feszültség (belső feszültségesés) jön létre. A külső ellenálláson keletkező feszültség:

$$U_k = IR_k$$

az ún. *kapocsfeszültség*. E két feszültség összege az áramforrás *üresjárású feszültségét* (U_0) adja (385. ábra). Eszerint

$$U_0 = U_k + U_b = IR_k + IR_b = I(R_k + R_b)$$

Ebből pedig az áramerősség:

$$I = \frac{U_0}{R_k + R_b}$$

Az eredményből következik, hogy az

$$U_k = U_0 - IR_b$$

kapocsfeszültség mindig kisebb, mint az áramforrás U_0 üresjárású feszültsége. Az eltérés annál kisebb, minél kisebb R_b értéke R_k -hoz képest. Ha $R_b \ll R_k$ (pl. üresjárás esetén), a mért feszültség gyakorlatilag az üresjárású feszültség, vagyis a *terheletlen áramforrás sarkai között mérhető feszültség*.

Ha pedig az áramforrás sarkait nagyon kis ($R_k \approx 0$) ellenállással kapcsoljuk össze, akkor az

$$I_r = \frac{U_0}{R_b}$$

ún. *rövidzárási áram* a legnagyobb, a kapocsfeszültség pedig $U_k \approx 0$.

Példák

- Az áramforrás belső ellenállását és üresjárású feszültségét ampermérő és hiteles ellenállások segítségével két méréssel meghatározhatjuk. Kapcsoljunk egy áramforrás sarkai közé $R_{k1} = 3,2 \Omega$, majd $R_{k2} = 11,2 \Omega$ külső ellenállást. Az áramerősség az első esetben $I_1 = 1,5 A$, ill. a másodikban $I_2 = 0,5 A$.

Megoldás

Mivel az U_0 üresjárású feszültség mindkét esetben egyenlő, tehát

$$U_0 = I_1 R_{k1} + I_1 R_b;$$

$$U_0 = I_2 R_{k2} + I_2 R_b,$$

vagyis

$$I_1 R_{k1} + I_1 R_b = I_2 R_{k2} + I_2 R_b.$$

Ebből pedig a belső ellenállás:

$$R_b = \frac{I_2 R_{k2} - I_1 R_{k1}}{I_1 - I_2} = \frac{0,5 \cdot 11,2 - 1,5 \cdot 3,2}{1} \Omega = 0,8 \Omega.$$

Az üresjárású feszültség pl. az első egyenletből:

$$U_0 = I_1 (R_{k1} + R_b) = 1,5 \text{ A} \cdot 4 \Omega = 6 \text{ V}.$$

2. A 24 V üresjárású feszültségű, 0,3 Ω belső ellenállású áramforrást az 1,5 km távolságra levő 50 Ω ellenállású fogyasztóval 2 mm átmérőjű alumínium vezeték köti össze. a) Mekkora az áramforrás, ill. a fogyasztó sarkain mért feszültség? b) Hány %-os feszültségvesztést okoz a vezeték?

Megoldás

a) A vezeték ellenállása (kétszeres hosszúsággal számolva!):

$$R_v = \rho \frac{2l}{A} = 0,029 \cdot \frac{2 \cdot 1500}{3,14} \Omega \approx 27,7 \Omega,$$

tehát az áramkör összes ellenállása:

$$R_0 = R_k + R_b + R_v = (50 + 0,3 + 27,7) \Omega = 78 \Omega.$$

Az áramerősség:

$$I = \frac{U_0}{R_0} = \frac{24 \text{ V}}{78 \Omega} \approx 0,3 \text{ A},$$

az áramforrás sarkain mért feszültség:

$$U = U_0 - IR_b = (24 - 0,3 \cdot 0,3) \text{ V} = 23,91 \text{ V},$$

a fogyasztó sarkain a feszültség:

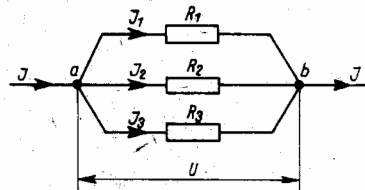
$$U_k = IR_k = 0,3 \cdot 50 \text{ V} = 15 \text{ V}.$$

b) A feszültségvesztés pedig:

$$\frac{U - U_k}{U} = \frac{8,91}{23,91} = 0,306 = 30,6\%.$$

101. Kirchhoff törvényei

Kirchhoff I. törvénye. Kcsoljunk az áramforrással párhuzamosan három ellenállást (386. ábra), és mérjük meg a főágban (I) és a mellékágakban folyó áramerősségeket (I_1, I_2, I_3); akkor megállapíthatjuk:



386. ábra. Hároms áramelágazás

Áramelágazás esetén a mellékágakban folyó áramerősségek összege egyenlő a főágban mért áramerősséggel (Kirchhoff I. törvénye):

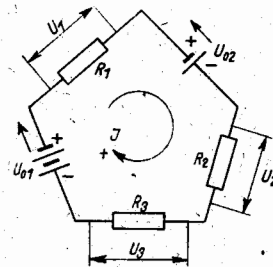
$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Ha pl. az a elágazási pontba (csomópontba) folyó áramerősségeket pozitívnak, az elfolyó áramerősségeket negatívnak vesszük, akkor a szabályt általános esetre a következőképpen is megfogalmazhatjuk:

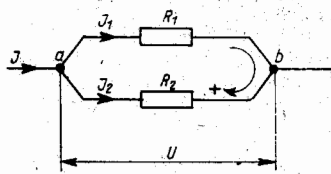
Bármely elágazási pontban (csomópontban) az áramerősségek algebrai összege zérus:

$$\sum I_n = 0.$$

Kirchhoff II. törvénye bármely zárt áramkörre (áramhurokra) érvényes. Ha az óramutató járásával egyirány-



387. ábra. $\sum U_n = \sum I_n R_n$



388. ábra. Kettős áramelágazás

ban folyó áramokat pozitívnak, az ellentétes irányban folyó áramokat negatívnak vesszük, akkor a törvényt a következőképpen fogalmazhatjuk meg (l. a 387. ábrát):

Zárt áramkörben az üresjárású feszültségek összege egyenlő az ellenállásokon fellépő feszültségek összegével (Kirchhoff II. törvénye):

$$\sum U_0 = \sum I_n R_n.$$

Ha a kiválasztott áramkörben nincs áramforrás, akkor $\sum U_0 = 0$, tehát

$$\sum I_n R_n = 0.$$

Pl. két párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetén (388. ábra):

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0.$$

($I_2 R_2$ azért negatív, mert az I_2 áramirány a körüljárás irányával ellentétes.) Írjuk fel az összefüggést arányokban:

$$I_1 : I_2 = R_2 : R_1.$$

Eszerint:

Az ágakban folyó áramerősségek fordítva arányosak az ágak ellenállásaival.

Természetesen ugyanerre az eredményre jutunk, ha az a és b csomópontok között a feszültséget a felső, ill. az alsó elágazás adataival felírjuk:

$$U_{ab} = I_1 R_1 = I_2 R_2.$$

Példák

1. Az áramkörbe 70 Ω és 105 Ω ellenállású fogyasztókat kapcsolunk párhuzamosan (388. ábra). Mekkora az egyes ágakon átfolyó áramerősség és az elágazási pontok közötti feszültség, ha a főágban folyó áramerősség $I = 5 \text{ A}$?

Megoldás

Kirchhoff törvényei alapján:

$$I_1 + I_2 = I;$$

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0.$$

Fejezzük ki az első egyenletből I_2 -t, és helyettesítsük a másodikba:

$$I_1 R_1 - (I - I_1) R_2 = 0.$$

Ebből pedig az adatok helyettesítésével:

$$I_1 = 3 \text{ A},$$

és

$$I_2 = 5 \text{ A} - I_1 = 2 \text{ A}.$$

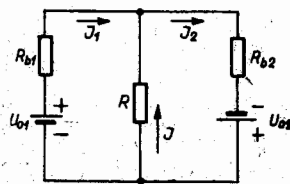
Az a és b csomópontok közötti feszültség

$$U = I_1 R_1 = 3 \text{ A} \cdot 70 \Omega = 210 \text{ V}.$$

(Természetesen ugyanezt az eredményt kapjuk a másik ág adataival

$$U = I_2 R_2 = 2 \text{ A} \cdot 105 \Omega = 210 \text{ V}.)$$

2. A 389. ábra szerinti kapcsolás alapján határozzuk meg: a) az áramerősségeket; b) az R ellenállás sarkain a kapcsolófeszültséget; c) vizsgáljuk meg, mi a feltétele annak, hogy $I = 0$ legyen? A példát előbb általánosan, majd $U_{01} = 16 \text{ V}$, $U_{02} = 12 \text{ V}$, $R_{01} = 2 \Omega$, $R_{02} = 1 \Omega$ és $R = 10 \Omega$ értékekkel oldjuk meg.



389. ábra. A 2. példához

Megoldás

a) Kirchhoff törvényei szerint három összefüggést írhatunk fel:

$$I_1 + I = I_2;$$

$$U_{01} = I_1 R_{01} - IR;$$

$$U_{02} = I_2 R_{02} + IR.$$

E három egyenletből az áramerősségek:

$$I_1 = \frac{U_{01}(R + R_{02}) + U_{02}R}{R(R_{01} + R_{02}) + R_{01}R_{02}};$$

$$I_2 = \frac{U_{02}(R + R_{b1}) + U_{01}R}{R(R_{b1} + R_{b2}) + R_{b1}R_{b2}}$$

$$I = \frac{U_{02}R_{b1} - U_{01}R_{b2}}{R(R_{b1} + R_{b2}) + R_{b1}R_{b2}}$$

b) A kapocsfeszültség:

$$U_k = IR = \frac{U_{02}R_{b1} - U_{01}R_{b2}}{R(R_{b1} + R_{b2}) + R_{b1}R_{b2}} \cdot R$$

A szám adatok helyettesítésével

$$I_1 = 9,25 \text{ A}; I_2 = 0,5 \text{ A}; I = 0,25 \text{ A}; U_k = 2,5 \text{ V.}$$

c) Az R ellenálláson keresztül akkor nem folyik áram, ha $I = 0$, ill. $I_1 = I_2$. Ebben az esetben pl. az I értékét meghatározó egyenlet számlálójára zérus:

$$U_{02}R_{b1} - U_{01}R_{b2} = 0,$$

vagyis a feltétel

$$U_{01} \cdot U_{02} = R_{b1} \cdot R_{b2}.$$

Feladatok

- Egy akkumulátorcella üresjárás feszültsége 2 V. A rákapcsolt 3,14 Ω terhelő ellenálláson 0,5 A erősségű áram folyik át. Mekkora a cella belső ellenállása és a belső feszültsége? ($R_b = 0,36 \Omega$, $U_b = -0,215 \text{ V}$.)
- Egy áramforrás sarkai közé előbb 15 Ω , majd 21 Ω terhelő ellenállást kapcsolunk, az áramerősség pedig 3 A, ill. 2,4 A. Határozzuk meg az áramforrás belső ellenállását és az üresjárás feszültséget. ($R_b = 9 \Omega$, $U_0 = 72 \text{ V}$.)
- Két, párhuzamosan kapcsolt fogyasztó ellenállása 2 Ω és 5 Ω . A főágban folyó áram erőssége 2,1 A (l. 482. old. példa). Határozzuk meg az ágakban folyó áramerősségeket. ($I_1 = 1,5 \text{ A}$, $I_2 = 0,6 \text{ A}$.)
- A 10 Ω , 12 Ω , 18 Ω párhuzamosan kapcsolt fogyasztók közt mért kapocsfeszültség 24 V. Határozzuk meg az ágakban folyó áramerősségeket. ($I_1 = 2,4 \text{ A}$, $I_2 = 2 \text{ A}$, $I_3 = 1,33 \text{ A}$.)

102. Ellenállások kapcsolása

Soros kapcsolás. Iktassunk az áramkörbe több, sorbakapcsolt ellenállást (390. ábra), akkor a kapocsfeszültség az egyes ellenállásokon fellépő feszültségek összege:

$$U = U_1 + U_2 + U_3;$$

$$U = IR_1 + IR_2 + IR_3 = I(R_1 + R_2 + R_3).$$

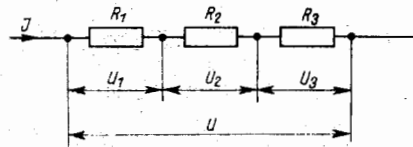
Helyettesítsük a három ellenállást egyetlen ellenállással (R : eredő ellenállás), hogy a kapocsfeszültség (U) és az áramerősség (I) ne változzék meg. Ebben az esetben $U = IR$, tehát

$$IR = I(R_1 + R_2 + R_3).$$

Egyszerűsítve

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \quad (R = \Sigma R_n).$$

Soros kapcsolás esetén az eredő ellenállás az egyes ellenállások összege.



390. ábra. Soros kapcsolás

Párhuzamos kapcsolás. Párhuzamosan kapcsolt ellenállások esetén (386. ábra) Kirchhoff I. törvénye szerint

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Azonban Kirchhoff II. törvénye alapján

$$U = I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3,$$

tehát

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3}.$$

Legyen az eredő ellenállás R , akkor erre az $U = IR$ összefüggés érvényes, vagyis

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}.$$

Egyszerűsítés után

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \left(\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_n} \right).$$

Vagy ha az ellenállások helyett a $G = 1/R$ vezetésekkel számolunk, akkor

$$G = G_1 + G_2 + G_3 \quad (G = \Sigma G_n).$$

Párhuzamos kapcsolás esetén az eredő ellenállás reciproka az ellenállások reciprokainak az összege; ill. az eredő vezetés a vezetések összege.

Példa

A 24 V-os áramforrás sarkaira $R_1 = 120 \Omega$, $R_2 = 60 \Omega$, $R_3 = 60 \Omega$ ellenállást kapcsolunk: a) sorosan; b) párhuzamosan. Határozzuk meg az áramerősségeket soros, ill. párhuzamos kapcsolás esetén (az áramforrás belső ellenállását elhanyagoljuk).

Megoldás

a) Soros kapcsolás esetén az eredő ellenállás:

$$R = \Sigma R_n = (120 + 60 + 60) \Omega = 240 \Omega,$$

tehát az áramerősség:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{24 \text{ V}}{240 \Omega} = 0,1 \text{ A.}$$

b) Párhuzamos kapcsolás esetén az eredő vezetés (az eredő ellenállás reciproka):

$$G = \frac{1}{R} = \left(\frac{1}{120} + \frac{1}{60} + \frac{1}{60} \right) \text{ S} = \frac{5}{120} \text{ S},$$

tehát az áramerősség:

$$I = \frac{U}{R} = UG = 24 \text{ V} \cdot \frac{5}{120} \text{ S} = 1 \text{ A.}$$

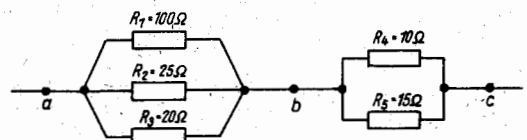
A mellékágakban az áramerősségek:

$$I_1 = U/R_1 = 24/120 \text{ A} = 0,2 \text{ A};$$

$$I_2 = U/R_2 = 24/60 \text{ A} = 0,4 \text{ A};$$

$$I_3 = I_2 = 0,4 \text{ A.}$$

Az ellenállásokat sorosan is meg párhuzamosan is kapcsolhatjuk („vegyes” kapcsolás). Ilyen esetben az eredő ellenállást több lépésben, a soros és a párhuzamos kapcsolás szabályai szerint határozzuk meg. Ezt példákkal mutatjuk meg.



391. ábra. Soros és párhuzamos kapcsolás

Példák

- A 391. ábrán látható kapcsolásban az ellenállások: $R_1 = 100 \Omega$; $R_2 = 25 \Omega$; $R_3 = 20 \Omega$; $R_4 = 10 \Omega$; $R_5 = 15 \Omega$. Számítsuk ki az eredő ellenállást.

Megoldás

Először kiszámítjuk az ab és a bc pontok között a párhuzamosan kapcsolt ellenállások részeredőjét, majd az ac pontok között a soros részeredők összegét:

$$\frac{1}{R_{ab}} = \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{25} + \frac{1}{20} \right) \frac{1}{\Omega} = \frac{1}{10 \Omega};$$

$$\frac{1}{R_{bc}} = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right) \frac{1}{\Omega} = \frac{1}{6 \Omega}.$$

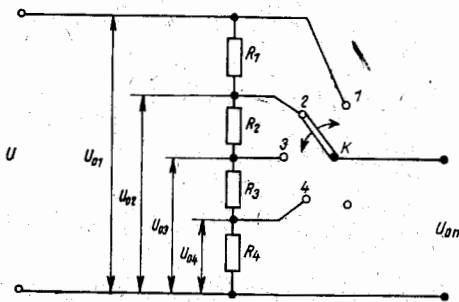
S mivel

$$R_{ab} = 10 \Omega \quad \text{és} \quad R_{bc} = 6 \Omega,$$

tehát az eredő ellenállás:

$$R = R_{ac} = 16 \Omega.$$

- Hogyan kell méretezni a 392. ábrán vázolt négyfokozatú feszültségosztót, ha $U = 220 \text{ V}$ feszültséget a K kapcsoló segítségével az egyes fokozatokról $U_{01} = 220 \text{ V}$; $U_{02} = 150 \text{ V}$; $U_{03} = 110 \text{ V}$; $U_{04} = 40 \text{ V}$ értékkel akarunk levenni. Az áramerősség minden esetben $I = 0,2 \text{ A}$.



392. ábra. Négyfokozatú feszültségosztó

Megoldás

Mivel a kapcsoló 1-es állásban $U = U_{01} = 220 \text{ V}$, és a feltétel szerint $I = 0,2 \text{ A}$, tehát a feszültségosztó eredő ellenállása:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{0,2 \text{ A}} = 1100 \Omega.$$

A 2-es állásban az $U_{02} = 150 \text{ V}$ feszültséget az R_2, R_3, R_4 ellenállásokon átfolyó áramerősség létesíti, tehát

$$R_2 + R_3 + R_4 = \frac{U_{02}}{I} = \frac{150}{0,2} \Omega = 750 \Omega.$$

Mivel a négy ellenállás eredőjét ismerjük, tehát

$$R_1 = (1100 - 750) \Omega = 350 \Omega.$$

A 3-as állásban

$$R_2 + R_4 = \frac{U_{03}}{I} = \frac{110}{0,2} \Omega = 550 \Omega,$$

tehát

$$R_3 = (750 - 550) \Omega = 200 \Omega.$$

A 4-es állásban pedig

$$R_4 = \frac{U_{04}}{I} = \frac{40}{0,2} \Omega = 200 \Omega,$$

vagyis

$$R_3 = (550 - 200) \Omega = 350 \Omega.$$

Tehát a feszültségosztó ellenállásainak értéke:

$$R_1 = 350 \Omega; R_2 = 200 \Omega; R_3 = 350 \Omega \text{ és } R_4 = 200 \Omega.$$

Ugyanezeket az eredményeket viszonylag egyszerűbben is megkaphatjuk, ha abból indulunk ki, hogy állandó áramerősség esetén a feszültségek az ellenállásokkal egyenesen arányosak. S mivel $U = 220 \text{ V}$ esetén a feszültségosztó eredő ellenállása

$$R = \frac{220}{0,2} \Omega = 1100 \Omega,$$

tehát 1 V feszültségre eső ellenállás:

$$\frac{1100 \Omega}{220 \text{ V}} = 5 \Omega/\text{V}.$$

Ennek segítségével tehát a 40 V-ra eső ellenállás:

$$R_4 = 40 \text{ V} \cdot 5 \Omega/\text{V} = 200 \Omega,$$

a (110—40) V-ra:

$$R_3 = 70 \text{ V} \cdot 5 \Omega/\text{V} = 350 \Omega,$$

a (150—110) V-ra:

$$R_2 = 40 \text{ V} \cdot 5 \Omega/\text{V} = 200 \Omega,$$

ill. a (220—150) V-ra eső ellenállás:

$$R_1 = 70 \text{ V} \cdot 5 \Omega/\text{V} = 350 \Omega.$$

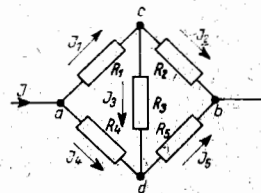
3. Határozzuk meg a 393. ábrán látható kapcsolásban az eredő ellenállás értékét: a) ha az ellenállások egyenlők; b) ha $R_1 = R_4 = 10 \Omega$ és $R_2 = R_3 = 20 \Omega$; c) ha $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \Omega$, $R_4 = 20 \Omega$, $R_5 = 50 \Omega$.

Megoldás

a) Ha az ellenállások egyenlők, akkor az ac és ad szakaszon egyenlő a feszültségésés. Ebben az esetben az R_2 ellenálláson nem folyik áram, tehát kiiktatható (cd pontok között ui. nincs feszültség).

Legyen

$$R' = R_1 = R_2 = R_4 = R_5,$$



393. ábra. A 3. feladathoz

akkor mind a felső, mind az alsó ág ellenállása $2R'$, tehát ezeknek párhuzamos eredője:

$$R = R'.$$

b) Az előbbi megfontolás alapján az R_2 ellenállás most is kiiktatható, s mivel mind a felső, mind az alsó ág ellenállása 30Ω , tehát az eredő ellenállás:

$$R = 30/2 \Omega = 15 \Omega.$$

c) Az egyes ellenállásokon átfolyó áramerősségekre a d és c csomópontokban a következő összefüggések írhatók fel:

$$I_1 = I_2 + I_3; \quad (1)$$

$$I_3 + I_4 = I_5. \quad (2)$$

Kirchhoff II. törvényének felhasználásával újabb két összefüggést kapunk, egyrészt az acd, másrészt a dcó hurokra:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_4 R_4 = 0; \quad (3)$$

$$I_3 R_3 + I_5 R_5 - I_2 R_2 = 0. \quad (4)$$

Tekintsük ideiglenesen I_2 -t ismertnek, akkor a fenti négy egyenletből kiküszöbölhető I_3 és I_5 . Ebben az esetben

$$I_1 = \frac{R_2 R_4 + R_2 R_5 + R_3 R_5 + R_4 R_5}{R_1 R_3 + R_3 R_4 + R_3 R_5 + R_4 R_5} I_2; \quad (5)$$

$$I_4 = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_1 R_5 + R_2 R_3}{R_1 R_3 + R_3 R_4 + R_3 R_5 + R_4 R_5} I_2. \quad (6)$$

Az a és b pontok közötti feszültségésés azonban a felső ág adataival:

$$U = I_1 R_1 + I_2 R_2.$$

Továbbá az a csomópontra:

$$I = I_1 + I_4,$$

tehát az eredő ellenállás:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{I_1 R_1 + I_2 R_2}{I_1 + I_4}.$$

Ha a számlálóba és a nevezőbe behelyettesítjük az (5) és (6) alatt kiszámított I_1 és I_4 értékét, akkor az I_2 kiesik, és az eredő ellenállásra az alábbi kifejezést kapjuk:

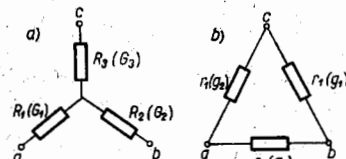
$$R = \frac{R_1 R_2 R_4 + R_1 R_2 R_5 + R_1 R_3 R_4 + R_1 R_3 R_5 + R_2 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_5 + R_3 R_4 R_5 + R_4 R_5 R_1}{R_1 R_3 + R_3 R_4 + R_3 R_5 + R_4 R_5}.$$

Az adatok helyettesítésével az eredő ellenállás értéke:

$$R \approx 15,2 \Omega.$$

Csillag-háromszög átalakítás. Ez az utolsó példa is mutatja, hogy összetett ellenállások esetén gyakran nehézséget okoz a többismeretlenes egyenletrendszer megoldása.

Sokszor viszonylag egyszerűbb és gyorsabb az ún. csillag-háromszög átalakítással való számolás (l. a 11. feladatot). Ennek lényege, hogy a 394. ábrán „csillag” alakban kapcsolódó R_1, R_2, R_3 ellenállásrendszert át kell alakítani, vele egyenértékű „háromszög” elrendezésű r_1, r_2, r_3 rendszerre. A két kapcsolás akkor egyenértékű, ha az a, b, c pontokban bármilyen kapcsolási kombináció esetén a viszonyok változatlanok maradnak. Kapcsoljuk pl. össze az a és b pontokat, akkor a b, c pontok között a csillag részeredője:



394. ábra. a) Csillag-, b) háromszög-kapcsolás

$$R_{bc} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} + R_3.$$

Az egyszerűbb számolás kedvéért a vezetésekkel számolunk ($1/R = G$, ill. $1/r = g$):

$$R_{bc} = \frac{1}{G_{bc}} = \frac{1}{G_1 + G_2} + \frac{1}{G_3} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{(G_1 + G_2)G_3} = \frac{\Sigma G_n}{(G_1 + G_2)G_3}.$$

Ebben az esetben a háromszög részeredő ellenállása:

$$r_{bc} = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}.$$

ill. a részeredő ellenállás vezetéssel:

$$r_{bc} = \frac{1}{g_{bc}} = \frac{1}{g_1 + g_2}$$

A feltétel szerint:

$$R_{bc} = r_{bc}, \text{ ill. } G_{bc} = g_{bc},$$

tehát

$$g_1 + g_2 = \frac{(G_1 + G_2)G_3}{\Sigma G_n}$$

Ugyanilyen gondolatmenettel a b, c , ill. a c, a pontok rövidre-zárásakor még két szimmetrikus összefüggést kapunk. Tehát a három egyenlet:

$$g_1 + g_2 = \frac{(G_1 + G_2)G_3}{\Sigma G_n}; \quad (1)$$

$$g_2 + g_3 = \frac{(G_2 + G_3)G_1}{\Sigma G_n}; \quad (2)$$

$$g_3 + g_1 = \frac{(G_3 + G_1)G_2}{\Sigma G_n}; \quad (3)$$

Ha az (1) és (3) egyenlet összegéből kivonjuk a (2) egyenletet, és a kijelölt műveleteket elvégezzük, akkor egyszerűsítést, ill. megfelelő helyettesítés után a következő eredményeket kapjuk:

$$g_1 = \frac{G_2 G_3}{\Sigma G_n},$$

ill.

$$r_1 = \frac{1}{R_1} (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1};$$

$$g_2 = \frac{G_3 G_1}{\Sigma G_n}$$

492

ill.

$$r_2 = \frac{1}{R_2} (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2};$$

$$g_3 = \frac{G_1 G_2}{\Sigma G_n},$$

ill.

$$r_3 = \frac{1}{R_3} (R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2) = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

Ha pl.:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R,$$

akkor

$$r_1 = r_2 = r_3 = 3R.$$

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a háromszöget alakítjuk át egyenértékű csillaggá. Itt pl. abból indulhatunk ki, hogy a c pontba folyó áramerősséget zérusnak vesszük. Ebben az esetben az ab pontok között a csillag részeredője:

$$R_{ab} = R_1 + R_2,$$

a háromszög részeredője pedig:

$$r_{ab} = \frac{1}{\frac{1}{r_1 + r_2} + \frac{1}{r_3}} = \frac{(r_1 + r_2)r_3}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{(r_1 + r_2)r_3}{\Sigma r_n}$$

Innen pedig az $R_{ab} = r_{ab}$ feltétel szerint:

$$R_1 + R_2 = \frac{(r_1 + r_2)r_3}{\Sigma r_n}$$

Ha most a b , ill. az a pontba folyó áramerősségeket választjuk zérusnak, akkor még két szimmetrikus összefüggést kapunk. Tehát a három egyenlet:

$$R_1 + R_2 = \frac{(r_1 + r_2)r_3}{\Sigma r_n};$$

493

$$R_2 + R_3 = \frac{(r_2 + r_3)r_1}{\Sigma r_n};$$

$$R_3 + R_1 = \frac{(r_3 + r_1)r_2}{\Sigma r_n}$$

E három egyenlet megoldása:

$$R_1 = \frac{r_2 r_3}{\Sigma r_n}; \quad R_2 = \frac{r_1 r_3}{\Sigma r_n}; \quad R_3 = \frac{r_1 r_2}{\Sigma r_n}$$

Ha pl.

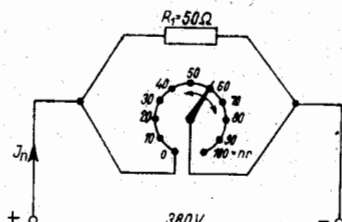
$$r_1 = r_2 = r_3 = r,$$

akkor

$$R_1 = R_2 = R_3 = r/3.$$

Feladatok

1. A 220 V-os hálózatra sorbakötve bekapcsolunk 18, egyenként 60 Ω ellenállású kis izzólámpát (karácsonyfa-izzó). Határozzuk meg a hálózathól felvett áram erősségét. ($I = 0,2$ A.)
2. A 600 Ω -os ellenálláson 20 mA erősségű áram folyik keresztül. Milyen értékű ellenállást kell vele sorbakötni, hogy változatlan kapcsolási feszültség mellett az áramerősség 12 mA legyen? ($R_0 = 400$ Ω .)
3. A 220 V-os hálózatra párhuzamosan beiktatunk egy 100 Ω ellenállású villanyvasalót és négy, egyenként 420 Ω -os izzólámpát. Határozzuk meg a fogyasztók eredő ellenállását és az áramfelvételt. ($R = 51,2$ Ω , $I = 4,3$ A.)



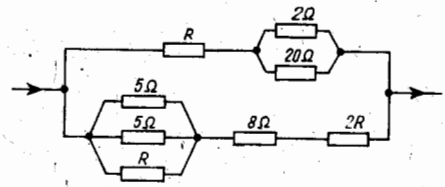
395. ábra. A 5. feladathoz

4. A 10 Ω -os ellenállással párhuzamosan mekkora ellenállást kell kapcsolni, hogy az eredő 7 Ω legyen? ($R_p = 23$ Ω .)
5. A 380 V-os hálózatra, kapcsolt 50 Ω -os ellenállással párhuzamosan beiktatunk egy $n = 10$ -fokozatú karos ellenállást, melynek egy-egy fokozata $r = 10$ Ω (395. ábra). Határozzuk meg, hogy egy-egy fokozat beiktatásával

(10, 20, 30, ..., 100 Ω) hogyan változik az eredő ellenállás, valamint a főáram átfolyó áram erőssége? (A feladatot előbb általánosan oldjuk meg.)

$$\left(R_n = \frac{nrR_1}{nr + R_1}; I_n = U \frac{nr + R_1}{nrR_1}; n = 0, 1, 2, \dots, 10 \right)$$

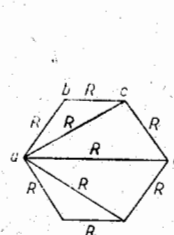
6. Határozzuk meg a 396. ábrán látható kapcsolásban az R ellenállás értékét, ha az eredő ellenállás 12 Ω . ($R = 10$ Ω .)



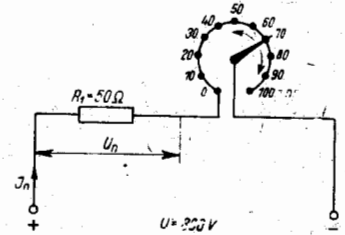
396. ábra. A 6. feladathoz

7. A 397. ábrán vázolt ellenállás-rendszer minden „vonala” R értékű ellenállás. Határozzuk meg az eredő ellenállást az ab , ill. az ac és az ad pontok között. ($R_{ab} = 21R/20$; $R_{ac} = 22R/39$; $R_{ad} = 5R/11$.)
8. Hogyan változik az áramfelvétel (I_n) és az 50 Ω -os ellenálláson a feszültség (U_n), ha az 5. feladatban ismertetett $n = 10$ -fokozatú karos kapcsolót az 50 Ω -os ellenállással a 398. ábra szerint sorbakötjük?

$$\left(I_n = \frac{U}{nr + R_1}; U_n = \frac{UR_1}{nr + R_1}; n = 0, 1, 2, \dots, 10 \right)$$



397. ábra. A 7. feladathoz



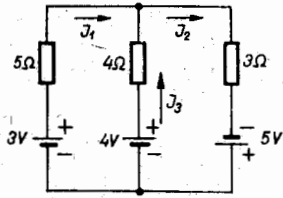
398. ábra. A 8. feladathoz

494

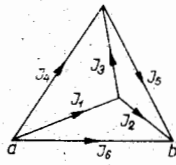
495

9. Számítsuk ki a 399. ábra adatai alapján az áramerősségeket. ($I_1 = 0,62 \text{ A}$; $I_2 = 1,64 \text{ A}$; $I_3 = 1,02 \text{ A}$.)

10. A 389. ábrán látható kapcsolásban hová kell beiktatni az R' ellenállást, hogy a középső ágban $I = 0$ legyen? (A jobb oldali ágba; $R' = 0,5 \Omega$.)



399. ábra. A 9. feladathoz



400. ábra. A 11. feladathoz

11. A 400. ábrán vázolt tetraéder alakzat minden oldala $R = 15 \Omega$ ellenállású huzal. Számítsuk ki az ab pontok között az eredő ellenállást és a fő-, ill. a mellékágakban folyó áramerősségeket, ha $U_{ab} = 36 \text{ V}$. ($R_{ab} = 3R/5 = 9 \Omega$; $I = 4 \text{ A}$; $I_1 = I_2 = I_4 = I_5 = I/4 = 1 \text{ A}$; $I_3 = 0$; $I_6 = I/2 = 2 \text{ A}$.)

12. Határozzuk meg a 394a és b ábrának megfelelő csillag-, ill. háromszögkapcsolás ellenállásait, ha két-két kivezetés között a mért ellenállás $R_{ab} = 6 \Omega$, $R_{bc} = 12 \Omega$; $R_{ac} = 10 \Omega$. ($R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 8 \Omega$; $r_1 = 28 \Omega$, $r_2 = 14 \Omega$, $r_3 = 7 \Omega$.)

103. Áramforrások kapcsolása

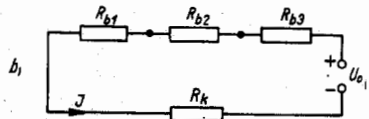
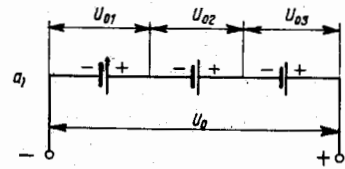
Soros kapcsolás esetén az első áramforrás negatív sarkát a második pozitív sarkával, s ennek negatív sarkát a harmadik áramforrás pozitív sarkához, s. i. t. kapcsoljuk (401a ábra).

Legyen az áramforrások üresjárású feszültsége:

$$U_{01}, U_{02}, \dots, U_{0n}$$

belső ellenállása:

$$R_{b1}, R_{b2}, \dots, R_{bn}$$



401. ábra. a) Áramforrások soros kapcsolása és b) helyettesítő kapcsolás

akkor **Kirchhoff II.** törvénye szerint az eredő feszültség:

$$U_0 = U_{01} + U_{02} + \dots + U_{0n} = \Sigma U_{0n}$$

és a belső ellenállás:

$$R_b = R_{b1} + R_{b2} + \dots + R_{bn} = \Sigma R_{bn}$$

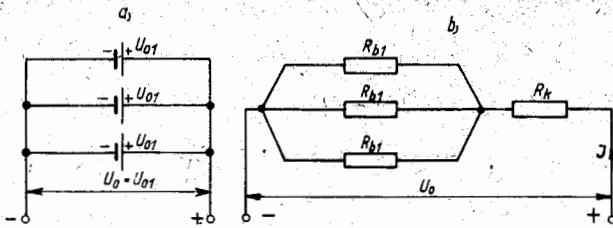
Ha s számú, egyenlő feszültségű és belső ellenállású áramforrást sorbakapcsolunk, akkor

$$U_0 = sU_{01} \text{ és } R_b = sR_{b1}$$

Kapcsoljunk a soros áramforrásokhoz R_k külső ellenállást (401b ábra), akkor az áramerősség

$$I = \frac{sU_{01}}{sR_{b1} + R_k}$$

Párhuzamos kapcsolás esetén az áramforrások egynemű sarkait kötjük össze (402a ábra).



402. ábra. a) Áramforrások párhuzamos kapcsolása és b) helyettesítő kapcsolás

Ha p számú, egyenlő feszültségű és belső ellenállású áramforrást párhuzamosan kapcsolunk, akkor az eredő feszültség egyenlő egy-egy áramforrás feszültségével:

$$U_0 = U_{01}$$

az összes belső ellenállás pedig csökken:

$$R_b = \frac{R_{b1}}{p}$$

R_k külső terhelés esetén (402b ábra) az áramerősség:

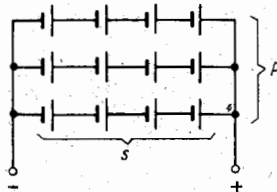
$$I = \frac{U_{01}}{\frac{R_{b1}}{p} + R_k}$$

Kapcsoljunk s számú áramforrást sorosan, majd ezekből p számút párhuzamosan (403. ábra). Ha az áramforrások feszültsége és belső ellenállása megegyezik, akkor az eredő feszültség:

$$U_0 = sU_{01}$$

a belső ellenállás:

$$R_b = \frac{sR_{b1}}{p}$$



403. ábra. Áramforrások soros és párhuzamos kapcsolása

és az R_k külső ellenálláson átfolyó áramerősség:

$$I = \frac{sU_{01}}{\frac{sR_{b1}}{p} + R_k}$$

Példa

A 403. ábrán látható telep sorosan kapcsolt négy-négy elemből, párhuzamosan három egységből áll. Az elemek feszültsége $1,5 \text{ V}$; belső ellenállása $0,24 \Omega$, a terhelő ellenállás $2,7 \Omega$. Határozzuk meg a telep üresjárású feszültségét, áramerősségét. Mekkora lenné a rövidzárási áram, ha a telep sarkait fogyasztó nélkül összekapcsolnánk?

Megoldás

A telep üresjárású feszültsége:

$$U_0 = sU_1 = 4 \cdot 1,5 \text{ V} = 6 \text{ V}$$

Mivel belső ellenállás,

$$R_b = \frac{sR_{b1}}{p} = \frac{4 \cdot 0,24 \Omega}{3} = 0,32 \Omega$$

tehát az áramerősség:

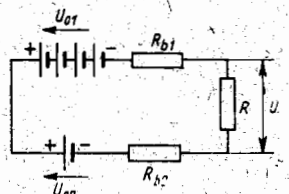
$$I = \frac{U_0}{R_b + R_k} = \frac{6}{0,32 + 2,7} \text{ A} \approx 2 \text{ A}$$

Rövidzárási esetén $R_k \approx 0$, tehát az áramerősség:

$$I_r = \frac{U_0}{R_b} = \frac{6}{0,32} \text{ A} = 18,8 \text{ A}$$

Feladatok

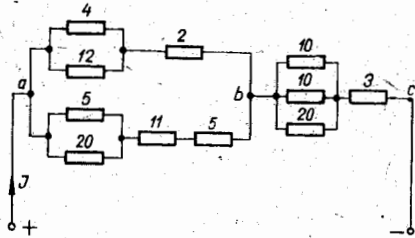
- Két, egyenként 2 V -os akkumulátorcellát sorbakapcsolunk. Mekkora egy-egy cella belső ellenállása, ha $6,4 \Omega$ külső terhelés esetén az áramerősség $0,5 \text{ A}$? ($R_{b1} = 0,8 \Omega$.)
- Mekkora R ellenállást kell a 404. ábrán látható kapcsolásban az áramkörbe iktatni, hogy az ellenállásról $U = 8 \text{ V}$ feszültséget vehessünk le? Az áramforrások



404. ábra. A 2. feladathoz

adatok: $U_{01} = 24 \text{ V}$, $R_{01} = 4 \Omega$, $U_{02} = 6 \text{ V}$, $R_{02} = 1 \Omega$ (az ábrán a belső ellenállásokat is feltüntetjük). ($R = 4 \Omega$.)

- Egy anódtelep 40, egyenként 1,5 V-os sorbakapcsolt galvánelemből áll. Egy-egy elem belső ellenállása 0,24 Ω . Mekkora: a) a rövidzárási és b) a terhelő áram, ha $R_k = 80 \Omega$? ($I_r = 6,25 \text{ A}$, $I = 0,67 \text{ A}$.)
- A 20 Ω ellenállású elektromos jelzőberendezés áramszükséglete 0,5 A. Határozzuk meg, hány, egyenként 1,5 V feszültségű és 2,2 Ω belső ellenállású galvánelem szükséges a működtetéséhez? ($s = 25$.)
- Három, párhuzamosan kapcsolt elemet 10 Ω külső ellenállással terhelünk. Mekkora az áramerősség és a kapcsolófeszültség, ha $U_{01} = 1,5 \text{ V}$; $R_{01} = 1,2 \Omega$? ($I = 144 \text{ mA}$, $U_k = 1,44 \text{ V}$.)
- Hány, egyenként 1,1 V-os, 0,5 Ω belső ellenállású áramforrást kell párhuzamosan kapcsolni, hogy 2,65 Ω terhelés esetén az áramerősség 0,4 A legyen? ($p = 5$.)
- 2, egyenként 2 V-os, 0,3 Ω belső ellenállású elemből állítsuk össze a következő vegyes kapcsolású telepet: a) $s = 2$, $p = 12$; b) $s = 4$, $p = 8$; c) $s = 6$, $p = 4$; d) $s = 12$, $p = 2$. Mekkora az áramerősség, ha a terhelés minden esetben 1 Ω ? [$I(A) = 3,8, 6,87, 8,27, 8,57$.]



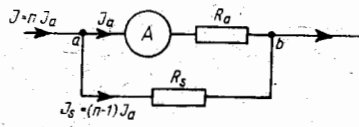
405. ábra. A 8. feladathoz

- A 405. ábrán látható ellenállás-rendszert rákapcsoljuk $n = 18$, egyenként 2 V üresjárási feszültségű, 0,5 Ω belső ellenállású $s = 6$, $p = 3$ kapcsolású áramforrásokra. Határozzuk meg: a) az összes ellenállást és a külső ellenállást; b) az áramerősséget; c) az ab és bc pontok közötti feszültséget. ($R_0 = 12 \Omega$, $R_k = 11 \Omega$, $I = 1 \text{ A}$; $U_{ab} = 4 \text{ V}$, $U_{bc} = 7 \text{ V}$.)

104. Műszerek kapcsolása

Áramerősség mérésére ampermérőt használunk, amelyet az áramkörbe sorosan kapcsolunk be. Ellenállása kicsi, hogy az áramkör eredő ellenállását ne változtassa meg lényegesen. (A műszerek részletes ismertetését a későbbiekben adjuk meg.) Az ampermérő mérési határát a műszer belső ellenállása határozza meg. Ha a kapcsaival párhuzamosan meghatározott ellenállást iktatunk be, akkor az ampermérő az alapértéknél nagyobb méréshatárig használható, mivel az áram egy része ezen az ún. *melékzárón* vagy *söntön* folyik keresztül.

Ha pl. a sönt ellenállása a műszer belső ellenállásával egyenlő, akkor az áramnak csak a fele folyik át az ampermérőn, másik fele a söntön halad át.



406. ábra. Sönt-ellenállás

Legyen az ampermérő belső ellenállása R_a , a sönt ellenállása R_s (406. ábra), és a műszer méréshatárát az eredeti n -szeresére akarjuk kiterjeszteni. Mivel $I = nI_a$, a műszeren legfeljebb I_a erősségű áram haladhat át, tehát a nagyobb $I = nI_a$ áramból $I_a = (n-1)I_a$ erősségű áramot a söntön kell átvezetni. Ebben az esetben *Kirchhoff* II. törvénye alapján:

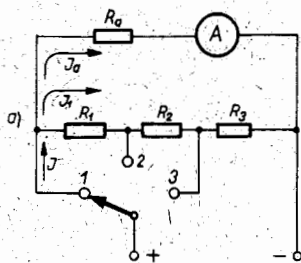
$$I_a R_a = I_s R_s,$$

ill.

$$I_a R_a = (n-1)I_a R_s.$$

Tehát a sönt ellenállása:

$$R_s = R_a \frac{I_a}{I_a - I_a/n}.$$



ill.

$$R_a = \frac{R_a}{n-1}.$$

Példa

A 407. ábrán vázolt ampermérő belső ellenállása a védő ellenállással együtt $R_a = 90 \Omega$. Méréshatárának alapértéke $I_a = 10 \text{ mA}$. Hogyan kell méretezni az R_1 , R_2 , R_3 ellenállásokat, hogy az (1) állásban 100 mA, a (2) állásban 0,5 A, a (3) állásban 1 A áramerősségek mérésére legyen alkalmas?

Megoldás

(1) állásban a felső ágon $I_a = 10 \text{ mA}$, az alsón $I_1 = I - I_a = 90 \text{ mA}$ áram folyik. Tehát:

$$I_a R_a = I_1 (R_1 + R_2 + R_3).$$

S innen:

$$R_1 + R_2 + R_3 = R_a \frac{I_a}{I_1}.$$

Az adatok helyettesítésével

$$R_1 + R_2 + R_3 = 10 \Omega. \quad (1)$$

(2) állásban az alsó ágon $I_2 = I - I_a = 490 \text{ mA}$ az áramerősség, tehát a 407b ábra szerint:

$$I_a (R_1 + R_a) = I_2 (R_2 + R_3),$$

ill.

$$R_1 + R_3 = (R_1 + R_a) \frac{I_a}{I_2},$$

vagyis

$$R_1 + R_3 = (R_1 + 90) \cdot \frac{1}{49}. \quad (2)$$

(3) állásban az alsó ágon $I_3 = I - I_a = 990 \text{ mA}$ áram folyik (407c ábra), tehát

$$I_a (R_1 + R_2 + R_a) = I_3 R_3,$$

ill.

$$R_1 + R_2 + 90 = 99 R_3. \quad (3)$$

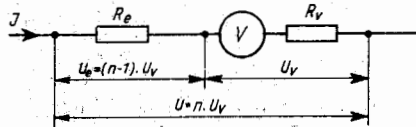
A három egyenlet megoldása:

$$R_1 = 8 \Omega, \quad R_2 = 1 \Omega, \quad R_3 = 1 \Omega.$$

Feszültség mérésére voltmérőt használunk, amelyet a fogyasztóval párhuzamosan kapcsolunk. Ellenállása nagy, hogy minél kisebb erősségű áram folyjon rajta keresztül.

A voltmérő lényegében a rajta átfolyó áramerősséget méri, a műszer ellenállása azonban állandó, tehát az áramerősséggel arányos feszültséget mutatja.

Méréshatárát a műszerrel sorosan kapcsolt R_e előtét-ellenállással növelhetjük (408. ábra). Ha az alapérték U_v , és a méréshatárt



408. ábra. Előtét-ellenállás

ennek n -szeresére akarjuk kiterjeszteni, akkor változatlan áramerősség esetén az $U = nU_v$ feszültségből $U_e = (n-1)U_v$ feszültségeszt kell az előtét-ellenálláson létesíteni. Legyen a műszer ellenállása R_v , az áramerősség I , akkor az

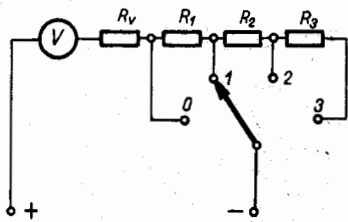
$$I = \frac{U_v}{R_v} = \frac{U_e}{R_e} = \frac{(n-1)U_v}{R_e}$$

összefüggés alapján az előtét-ellenállás:

$$R_e = R_v \frac{U_e}{U_v}, \quad \text{ill.} \quad R_e = (n-1)R_v.$$

Példa

Egy voltmérő belső ellenállása $R_v = 100 \Omega$, méréshatára $I = 50 \text{ mA}$. Hogyan kell méretezni az R_1 , R_2 , R_3 előtét-ellenállásokat, hogy az



409. ábra. Voltmérő mérézése

(1) állásban 50 V, a (2)ben 100 V, a (3) állásban 200 V feszültség mérésére legyen alkalmas (409. ábra)?

Megoldás

(0) állásban az alapérték:

$$U_1 = U_r = IR_r = 0,050 \cdot 100 \text{ V} = 5 \text{ V},$$

(1) állásban a méréshatárt $n_1 = 10$ -szeresre bővítjük, tehát

$$R_1 = (n_1 - 1)R_r = 9 \cdot 100 \Omega = 900 \Omega.$$

(2) állásban a méréshatárt az alapérték $n_2 = 20$ -szorosára bővítjük, tehát

$$R_1 + R_2 = (n_2 - 1)R_r = 19 \cdot 100 \Omega = 1900 \Omega,$$

vagyis

$$R_2 = 1000 \Omega.$$

(3) állásban $n_3 = 40$, tehát

$$R_1 + R_2 + R_3 = (n_3 - 1)R_r = 39 \cdot 100 \Omega = 3900 \Omega,$$

tehát

$$R_3 = 2000 \Omega.$$

Ugyanezeket az eredményeket viszonylag egyszerűbben megkapjuk, ha abból indulunk ki, hogy állandó I áramerősség esetén a feszültség egyenesen arányos az ellenállással. A műszer alapértékéből az 1 V-ra eső ellenállás:

$$100 \Omega / 5 \text{ V} = 20 \Omega / \text{V},$$

tehát

$$(0) \text{ állásban } R_r = 5 \cdot 20 \Omega = 100 \Omega,$$

(1) állásban az (50—5) V = 45 V-ra eső ellenállás:

$$R_1 = 45 \cdot 20 \Omega = 900 \Omega,$$

(2) állásban a (100—50) V-ra:

$$R_2 = 50 \cdot 20 \Omega = 1000 \Omega,$$

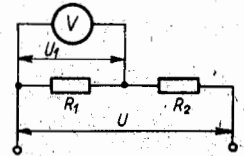
(3) állásban a (200—100) V-ra eső ellenállás:

$$R_3 = 100 \cdot 20 \Omega = 2000 \Omega.$$

Feladatok

- Az ampermérő belső ellenállása $0,3 \Omega$, méréshatára 50 mA. Milyen ellenállású söntöt kell rákapcsolni, hogy a műszerrel 200 mA-t mérhessünk? ($R_s = 0,1 \Omega$.)
- Az ampermérő méréshatára 2 mA, belső ellenállása $0,5 \Omega$. Milyen söntöt kell beiktatni, ha a műszerrel 100 mA, $0,5 \text{ A}$, 2 A áramerősséget akarunk mérni? [$R_s (\Omega) = 0,012, 0,001, 2,5 \cdot 10^{-4}$.]
- A 2 V üresjárású feszültségű, $0,2 \Omega$ belső ellenállású áramforrást $2,8 \Omega$ külső ellenállással terheljük. Hogyan változik az áramerősség, ha az alkalmazott ampermérő ellenállása 1Ω , ill. $0,01 \Omega$? ($I_1 = 0,5 \text{ A}$, $I_2 = 0,664 \text{ A}$.)
- Az $R_k = 50 \Omega$ ellenállással terhelt áramkörben: a) milyen R_a belső ellenállású ampermérő szükséges, ha a mérési hiba $p = 2\%$ lehet? b) Mekkora lesz a mérési hiba, ha az ampermérő ellenállása $R'_a = 100 \Omega$? (A feladatot előbb általánosan oldjuk meg.)

$$\left(R_a = R_k \frac{p}{100-p} \approx 1 \Omega; p' = \frac{R'_a}{R'_a + R_k} \approx 67\% \right)$$
- A 4000Ω belső ellenállású voltmérő mérési határa 100 V. Mekkora előtét-ellenállást kell bekapcsolni, hogy méréshatára 250 V legyen? ($R_0 = 10 \text{ k}\Omega$.)
- Az 1. feladatban ismertetett ampermérő milyen előtét-ellenállással használható 90 V feszültség mérésére? ($R_0 = 179,7 \Omega$.)
- Az $U = 190 \text{ V}$ feszültségű áramforrásra a 410. ábra szerint $R_1 = 10 \Omega$ és $R_2 = 30 \Omega$ ellenállást kapcsolunk sorosan. Ezáltal a feszültséget (az ellenállásokkal arányosan) 1 : 3 arányban osztjuk meg. Az R_1 sarkaira kapcsolt műszer azonban $U_1 = 40 \text{ V}$ feszültséget jelez. Határozzuk meg, mekkora a műszer ellenállása, és hogyan változtatta meg a feszültségosztási viszonyt?
 $(R_m = 40 \Omega; U_1/U_2 = 1 : 3,75.)$



410. ábra. Feszültségosztó

B) AZ ELEKTROMOS ÁRAM MUNKÁJA ÉS HŐHATÁSA

105. Az elektromos teljesítmény és munka

Elektromos teljesítmény. Ha U feszültség hatására az R ellenálláson I erősségű áram halad át, akkor az elektromos teljesítmény (mint már láttuk):

$$P = UI \quad (W = VA).$$

Ha az ellenállást ismerjük, akkor Ohm törvénye alapján $U = IR$, ill. $I = U/R$, tehát

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Elektromos munka. A munkát a teljesítmény és az idő szorzata adja, vagyis

$$L = Pt,$$

tehát

$$L = UIt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Ha a feszültséget V-ban, az áramerősséget A-ban, ill. az ellenállást Ω -ban és az időt s-ban mérjük, akkor a munkát J-ban kapjuk, tehát

$$J = Ws = VAs.$$

Példák

- A 380 V feszültségre kapcsolt elektromotor 50 LE-s szivattyút tart üzemben. Határozzuk meg: a) mekkora a motor áramfelvétele, ha a hatásfoka 80%; b) mennyi elektromos munka szükséges a szivattyú 3 órai működtetéséhez?

Megoldás

a) Mivel a hasznos teljesítmény:

$$P_h = 50 \text{ LE} = 36,8 \text{ kW},$$

és $\eta = 0,8$, tehát a motor (összes) teljesítménye:

$$P = P_h / \eta = 36,8 : 0,8 \text{ kW} = 46 \text{ kW}.$$

A $P = UI$ összefüggés alapján az áramerősség:

$$I = P/U = 46 \text{ kW} / 380 \text{ V} = 121 \text{ A}.$$

b) Az elektromos munka:

$$L = Pt = 46 \text{ kW} \cdot 3 \text{ h} = 138 \text{ kWh} \approx 4,97 \cdot 10^8 \text{ J}.$$

- A 110 V feszültségre használt 800 W-os elektromos berendezés fűtőtekercse 30 m hosszú, nagy ellenállású huzal ($\rho = 1 \Omega \text{mm}^2/\text{m}$). Milyen átmérőjű legyen a huzal, hogy a megadott teljesítményt szolgáltatassa?

Megoldás

A fűtőhuzal ellenállása a $P = U^2/R$ összefüggésből:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{110^2 \text{ V}^2}{800 \text{ VA}} = 15 \Omega.$$

A huzal keresztmetszete az

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

képletből:

$$A = \frac{\rho l}{R} = \frac{1 \Omega \text{mm}^2/\text{m} \cdot 30 \text{ m}}{15 \Omega} = 2 \text{ mm}^2,$$

ill. az átmérő

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 2 \text{ mm}^2}{3,14}} \approx 1,6 \text{ mm}.$$

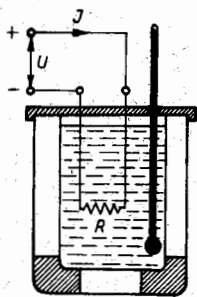
Feladatok

- Határozzuk meg a 220 V-ra kapcsolt 100 W-os izzólámpa áramfelvételt és ellenállását. ($I = 0,45 \text{ A}$, $R = 484 \Omega$.)
- A mosógép teljesítménye 300 W. Mennyit fogyaszt 3,5 h alatt? ($L = 3,78 \cdot 10^6 \text{ J}$.)
- A 190 V-os, 1,2 kW-os elektromotor 0,65 hatásfokkal egy munkagépet működtet. Mekkora az áramfelvétele és a gépnek átadott teljesítménye? ($I = 6,3 \text{ A}$, $P = 780 \text{ W}$.)

4. Egy elektromos fűtőberendezés ellenállása 45 Ω. 220 V feszültségen mennyi a teljesítménye és 4 h alatt a fogyasztása? ($P = 1,076 \text{ kW}$, $L = 4,3 \text{ kWh}$.)
5. Az 500 W teljesítményű, 220 V-ra méretezett elektromos berendezés túlzottan melegszik, ezért 20%-kal kisebb teljesítménnyel kívánjuk működtetni. Hogyan lehet ezt megvalósítani? (A berendezéssel sorosan $R_s = 24,2 \Omega$, legalább $P = 100 \text{ W}$ teljesítményű ellenállást kell bekapcsolni.)

106. Az elektromos áram hőhatása

Joule—Lenz-törvény. Az áram hatására a vezető felmelegszik, mert az elektronok mozgásuk közben energiájuk egy részét a vezető molekuláinak, ionjainak átadják. Ha más energiaátalakulás nincsen, akkor az elektromos energia teljesen hővé alakul át.



411. ábra. Az elektromos áram hőhatásának mérése

A 411. ábrán vázolt kísérleti berendezésben az U feszültség, az I áramerősség (ill. az R ellenállás) változtatásával igazolható, hogy az áram

$$L = UI t = \frac{U^2}{R} t = I^2 R t$$

munkája és a kaloriméterben keletkező Q hőmennyiség egyenesen arányos, vagyis

$$L = A Q, \text{ ill. } Q = \frac{1}{A} L.$$

Mivel a mértékegységeket úgy rögzítettük, hogy

$$VAs = J, \text{ ill. } VA = W,$$

tehát az A arányossági tényező az ismert *hőegyenérték*:

$$A \approx 4,2 \text{ J/cal} = 4200 \text{ J/kcal},$$

ill.

$$1/A \approx 0,24 \text{ cal/J} = 0,00024 \text{ kcal/J}.$$

508

Eszerint az áram hatására keletkező hőmennyiség:

$$Q = \frac{1}{A} UI t = \frac{1}{A} \frac{U^2}{R} t = \frac{1}{A} I^2 R t.$$

Ezt az összefüggést *Joule—Lenz-törvénynek* nevezzük.

Példák

1. A 110 V feszültségre kapcsolt villanyvasaló áramfelvétele 4,5 A. Mennyi hőt termel 1 min alatt?

Megoldás

Mivel $t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$, tehát a hő:

$$Q = \frac{1}{A} UI t = 0,24 \frac{\text{cal}}{\text{J}} \cdot 110 \text{ V} \cdot 4,5 \text{ A} \cdot 60 \text{ s} = 7128 \text{ cal} = 7,128 \text{ kcal}.$$

2. Mennyi idő alatt forral fel 1 l, 20 °C-os vizet a 220 V-os főzőlap, ha áramfelvétele 2,7 A és hatásfoka 80%?

Megoldás

Mivel 1 l víz kerekén 1 kg tömegű, tehát a felforraltatásához szükséges (hasznos) hő:

$$Q = cm \Delta t = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{C}^\circ} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 80 \text{ C}^\circ = 80 \text{ kcal} = 80\,000 \text{ cal}.$$

Azonban

$$A Q = \eta UI t,$$

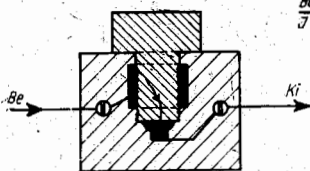
tehát az idő

$$t = \frac{A Q}{\eta UI} = \frac{4,2 \text{ J/cal} \cdot 80\,000 \text{ cal}}{0,8 \cdot 220 \text{ V} \cdot 2,7 \text{ A}} = 701 \text{ s} = 11 \text{ min } 41 \text{ s}.$$

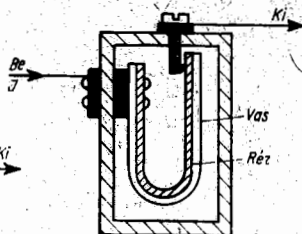
A hatás alkalmazásai. A különböző elektromos fűtő- és melegítő berendezésekben (vasaló, főzőlap, hőszugárzó, forrasztópáka stb.) leginkább nagy fajlagos ellenállású, nem oxidálódó vezető van (krómnikkel, konstantán stb.), amely az áram hatására felizzik és hőenergiát szolgáltat.

Az *olvadó biztosító* az áramkörbe iktatott, könnyen olvadó, ezüst, vörösréz stb. huzal (412. ábra). Ezt úgy méretezik, hogy ha az áram a megengedett áramerősséget rövidzárlat vagy túl-

509



412. ábra. Olvadó biztosító

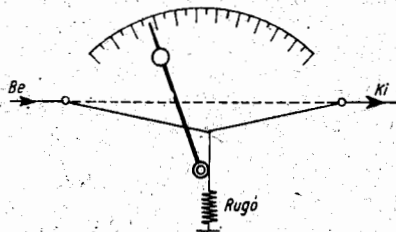


413. ábra. Ikerfém (bimetál) árammegszakító

terhelés következtében túllépi, a huzal kiolvad és az áramkört megszakítja.

Ugyanezt a célt szolgálják az *ikerfém (bimetál) árammegszakítók* is. Ezekben két, különböző hőtágulású fém van (réz—vas), amelyek a megengedettnél nagyobb áramerősség hatására felmelegednek, és megszakítják az áramkört (413. ábra).

A *hőszál aszampérmérőben* (414. ábra) az áramot egy vékony,

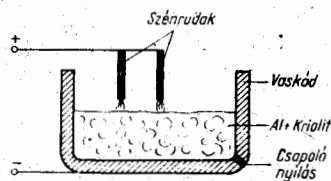


414. ábra. Hőszál aszampérmérő

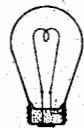
kifeszített platina-iridium vagy wolfram szálon vezetik keresztül. Az áram hőhatására bekövetkező megnyúlást egy tapasztalati skála előtt mozgó mutató jelzi. Mivel a hőhatás, s ezzel

a megnyúlás az áramerősség négyzetével arányos, skálabeosztása nem egyenletes. Előnye, hogy egyen- és váltakozóáram mérésére egyaránt használható.

Két, lazán összeérintett szénrúd vagy fém között az átmeneti ellenállás megnő, és megfelelő feszültség hatására az érintkezési hely felizzik. Az áram akkor sem szakad meg, ha a szén- vagy fémcúscsokat kissé széthúzzuk. A csúcscsokat összekötő ívfény 3500—4000 °C hőmérsékletű és nagy fényerejű. Ezt az elvet használjuk a különböző *lőhegesztő berendezésekben*, az elektrokohászatban használt *olvasztóke-mencékben* (415. ábra), ill. a fényhatást az *ívlámpákban* (vetítő berendezések).



415. ábra. Elektromos kemence



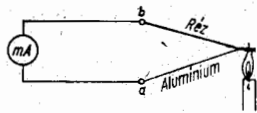
416. ábra. Izzólámpa foglalatjal

Az *izzólámpákban* (416. ábra) az elektromos energia fényhatását használjuk. Az izzószál megfelelő ellenállású, nagy hőmérsékleten olvadó fém (főleg wolfram), amelyet légritkított vagy semleges gázzal (kripton, argon, xenon) töltött üvegburába szerelnek. Hátrányuk, hogy a bevezetett elektromos energiának csak 2—5%-a alakul át fényenergiává. (Ma már egyre szélesebb körben alkalmazzák a jobb hatásfokkal működő fénycsöveket. Ezekkel a későbbiekben részletesen is foglalkozunk.)

510

511

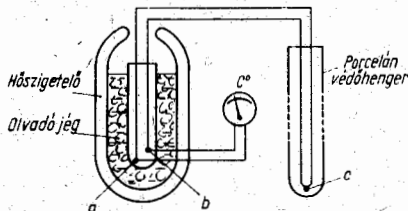
Ha két különböző fém (pl. réz és alumíniumot) összeforrasztunk, és a forrasztási helyet melegítjük vagy hűtjük, akkor a bekapcsolt műszer feszültséget, ill. zárt körben áramot jelez (417. ábra).



417. ábra. A hőelektromosság kimutatása

Ez az ún. hőelektromos feszültség a hőlemben használt anyagok minőségétől és a hőmérsékletkülönbségtől függ. (Pl. réz-alumínium esetén $1\text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletkülönbség esetén a feszültség $2,3\text{ }\mu\text{V}$.)

A hőelemeket elsősorban hőmérséklet mérésére használják. A 418. ábrán a két fém egy-egy végét (a, b) az olvadó jég állandó hőmérsékleten tartja. Összeforrasztott másik végeik a külső tér



418. ábra. Hőelem

hőmérsékletét veszik fel. E berendezések előnye, hogy külön áramforrásra nincs szükségük, és kis tömegük miatt gyorsan követik a hőmérsékletváltozást. Igen elterjedtek a gyártási folyamatokat automatizáló, különböző távvezérlésű berendezésekben.

Másik fontos alkalmazási területe a sugárzó hő, ill. fény mérése.

1. A $25\text{ }\Omega$ -os villanyvasaló fűtőszálán $4,5\text{ A}$ erősségű áram folyik keresztül. Határozzuk meg a teljesítményt és az 1 h alatt keletkező hő nagyságát. ($P = 506\text{ W}$, $Q = 450\text{ kcal}$.)
2. A 220 V feszültségre kapcsolt főzőlap ellenállása $70\text{ }\Omega$. Mennyi hő termel $1,5\text{ h}$ alatt? ($Q = 907\text{ kcal}$.)
3. Az 500 W -os elektromos főzőlap 10 min alatt hány liter $20\text{ }^\circ\text{C}$ -os vizet forral fel, ha a hatásfok 82% ? ($V = 0,74\text{ l}$.)
4. Egy elektromos melegítő (bojler) fogyasztása 6 kWh . Hány fokra melegszik fel a tartályban levő 100 l , $20\text{ }^\circ\text{C}$ -os víz: a) ha a veszteségeket nem vesszük tekintetbe; b) ha a hatásfok 86% ? ($t_1 = 52\text{ }^\circ\text{C}$, $t_2 = 44,6\text{ }^\circ\text{C}$.)
5. Az 1200 kcal/h teljesítményű fűtőtestet 220 V feszültségű hálózatra kapcsoljuk. Határozzuk meg a fűtőteljesítményt, az áramerősséget és a fűtőhuzal ellenállását, ha a berendezés hatásfoka 70% . ($P = 1,4\text{ kW}$, $I = 9,1\text{ A}$, $R = 24,2\text{ }\Omega$.)
6. Egy olvadó biztosítóban $0,1\text{ mm}$ átmérőjű, 10 cm hosszú rézhuzal van. Mennyi idő alatt olvad el 10 A erősségű áram esetén, ha kereken $1000\text{ }^\circ\text{C}$ olvadási hőmérséklettel számolunk? (A veszteségeket elhanyagoljuk.) ($t \approx 0,15\text{ s}$.)

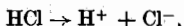
C) AZ ELEKTROMOS ÁRAM VEGYI HATÁSA

108. Elektromos vezetés elektrolitokban

Elektrolízis. Savak, sók, bázisok vizes oldatai (elektrolitok) vezetik az elektromos áramot. Ennek az a magyarázata, hogy oldódáskor a sók, valamint az erős savak és bázisok ionokból álló kristályrácsa szétesik, és az oldatban ionok keletkeznek (disszociáció). (Kissé más a helyzet gyenge savak és bázisok esetén, mert ezekben oldódáskor a molekuláknak csak egy része esik szét ionokra.) Az áramforrás feszültségének hatására a pozitív ionok a negatív pólus, a negatív ionok a pozitív pólus felé mozognak és ott kiválnak.

Kapcsoljunk pl. sósav (HCl) vizes oldatába merített két szénrudat (elektrodát) egy áramforrás sarkaihoz; a bekapcsolt mérőműszer áramot jelez (419. ábra), tehát az elektrolit vezet.

A jelenség magyarázata, hogy a sósav pozitív töltésű hidrogénionra (H^+) és negatív töltésű klóronra (Cl^-) bomlott szét



és a H^+ -ionok (kationok) az áramforrás negatív sarkához (katód), a Cl^- -ionok (anionok) pedig a pozitív sarkához (anód) vándorolnak. Az elektrodákhoz érkező ionok töltésüket leadják, és mint semleges atomok (atomcsoportok) válnak ki. Az említett kísérletben

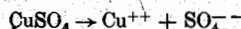
a katódon: $2\text{ H}^+ \rightarrow \text{H}_2$ (hidrogéngáz);

az anódon: $2\text{ Cl}^- \rightarrow \text{Cl}_2$ (klórgáz)

válík ki. A jelenséget **elektrolízisnek** nevezzük.

A kísérletben az ionok közvetlenül kiváltak az egyes elektrodákon (**elsődleges vegyi folyamat**). Sok esetben azonban a kiváló ionok vagy az oldószerrel vagy az elektrodák anyagával vegyi reakcióba lépnek (**másodlagos vegyi folyamat**).

Ha rézsulfát (CuSO_4) vizes oldatát rézelektrodák között elektrolizáljuk, akkor az oldódáskor széteső



ionok közül a rézionok a katódon töltésüket elvesztik, és fémres réz alakjában kiválnak, a szulfátionok az anódon töltésüket leadják, és az anód rézével rézsulfátá alakulnak:

a katódon: $2\text{ Cu}^{++} \rightarrow \text{Cu}_2$ (fémres réz);
az anódon: $2\text{ SO}_4^{-} + 2\text{ Cu} \rightarrow 2\text{ CuSO}_4$ (rézsulfát).

Észerint az anód anyaga egyre fogy, a katód pedig egyre nő, míg az oldat rézsulfát-mennyisége változatlan marad. Összefoglalva:

Elsőrendű vezetőkben (fémek, szén) szabad elektronok, másodrendű vezetőkben (elektrolitok) ionok létesítik az elektromos áramot.

Pozitív ionok a fémek (Cu^{++} , Ag^+ , Pb^+ stb.) és a hidrogén (H^+); negatív ionok a savmaradékok (Cl^- , SO_4^{-} , NO_3^- stb.) és a hidroxilgyök (OH^-).

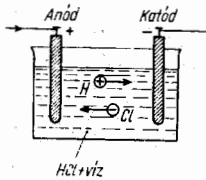
109. Faraday törvényei

Faraday I. törvénye. Kísérletileg igazolható:

Az elektrolitból kiváló anyag tömege (m) egyenesen arányos az áramerősséggel (I) és az elektrolízis idejével (t), illetve a töltéssel (Q):

$$m = KI t = KQ.$$

Ez Faraday I. törvénye.



419. ábra. HCl-oldat elektrolízise

A képletben szereplő K , az ún. *elektrokémiai egyenérték*, az elektrolízis folyamán kiváló anyagtól függő állandó. Mértékegysége:

$$\frac{\text{kg}}{\text{As}} \left(= \frac{\text{kg}}{\text{C}} \right).$$

Gyakorlati mértékegysége:

$$\frac{\text{mg}}{\text{As}} \left(= \frac{\text{mg}}{\text{C}} \right).$$

Az *elektrokémiai egyenérték* számértéke az 1 C töltés, ill. az 1 A erősségű áram által 1 s alatt kiválasztott anyagmennyiség tömegével egyenlő.

Ezüstre: $K_{\text{Ag}} = 1,118 \text{ mg/C}$;
rézre: $K_{\text{Cu}} = 0,3295 \text{ mg/C}$.

Példa

Nikkelsulfát (NiSO_4) vizes oldatába merített $A = 1000 \text{ cm}^2$ felületű fémelemez $d = 0,1 \text{ mm}$ vastag nikkellel réteggel kell bevonni. Mennyi idő alatt válik ki a szükséges fémmennyiség, ha az áramerősség $I = 50 \text{ A}$, a nikkellel elektrokémiai egyenértéke $K_{\text{Ni}} = 0,3 \text{ mg/C}$ és a sűrűsége $\rho = 8,8 \text{ g/cm}^3$?

Megoldás

A kiválasztott nikkellel tömegét az

$$m = V\rho = Ad\rho$$

képlet alapján számíthatjuk. Mivel $A = 1000 \text{ cm}^2$ és $d = 0,1 \text{ mm} = 10^{-2} \text{ cm}$, tehát

$$m = 10^3 \text{ cm}^2 \cdot 10^{-2} \text{ cm} \cdot 8,8 \text{ g/cm}^3 = 88 \text{ g} = 8,8 \cdot 10^4 \text{ mg}.$$

Az $m = KI t$ összefüggésből a keresett idő ($C = \text{As}$):

$$t = \frac{m}{KI} = \frac{8,8 \cdot 10^4 \text{ mg}}{0,3 \text{ mg/C} \cdot 50 \text{ A}} = 5867 \text{ s} = 1 \text{ h } 37 \text{ min } 47 \text{ s}.$$

Faraday II. törvénye. Kapsoljunk egy áramforráshoz sorosan kénsav (H_2SO_4), rézszulfát (CuSO_4) és ezüstnitrát (AgNO_3) vizes oldatát tartalmazó elektrolizáló berendezéseket. Bizonyos

516

idő után mérjük meg a kiváló anyagok tömegét. Azt találjuk, hogy ezeknek aránya (kerekítve):

$$\text{H} : \text{O} : \text{Cu} : \text{Ag} = 1 : 8 : 32 : 108.$$

A kapott arányszámok megegyeznek a kiváló anyagok ún. kémiai egyenértékűségeivel [$E = A/v (= M/v)$], vagyis az atom-súly (molekulasúly) és a vegyérték hányadosával.

Ugyanaz a töltés a különböző elektrolitokból a kémiai egyenértékűségeikkel arányos anyagmennyiségeket választ ki, tehát az elektrokémiai egyenérték a kémiai egyenértékűsúlyal egyenesen arányos (Faraday II. törvénye).

Az arányossági tényező (F : *Faraday-féle állandó*) igen egyszerűen meghatározható. Mivel pl. 1,118 mg ezüst kiválasztásához 1 C töltés szükséges, a gramm-egyenértékűsúlyi (107,88 g) ezüst kiválasztásához

$$F = \frac{E}{K} = \frac{A/v}{K} = \frac{107880 \text{ mg}}{1,118 \text{ mg/C}} = 96500 \text{ C}$$

töltés szükséges. Ugyanerre az eredményre jutunk más anyagok esetén is. Eszerint:

Minden anyag gramm-egyenértékűsúlyi mennyiségének kiválasztásához 96500 C töltés szükséges.

Faraday két törvénye tehát a következő képletben foglalható egybe. Mivel

$$m = KQ \text{ és } F = E/K = A/vK,$$

tehát

$$m = \frac{E}{F} Q, \text{ ill. } \dot{m} = \frac{A}{vF} Q.$$

Az alábbi táblázatban néhány anyag kémiai atomsúlyát (A), vegyértékét (v), kémiai egyenértékűsúlyát (E) és elektrokémiai egyenértékét (K) adjuk meg:

517

Az anyag neve	A	v	$E = A/v$ (g)	K (mg/C)
alumínium (Al)	26,97	3	9	0,0935
cink (Zn)	65,38	2	32,7	0,347
ezüst (Ag)	107,88	1	107,88	1,118
hidrogén (H)	1,008	1	1,008	0,0104
nikkel (Ni)	58,69	2	29,3	0,304
oxigén (O)	16,000	2	8	0,0828
réz (Cu)	63,54	2	31,8	0,3295

Az elektrolízis folyamán kiváló gázok tömegének mérése helyett a sokszor egyszerűbb térfogatméréssel számolhatunk. Ha ui. a gáz ρ sűrűségét ismerjük, akkor az $m = \rho V$ összefüggés alapján a térfogat ismeretében a tömeg kiszámítható.

Pl. hidrogénre $\rho = 0,0898 \text{ kg/m}^3 = 0,0898 \text{ mg/cm}^3$, tehát az elektrokémiai egyenérték:

$$K_{\text{H}} = 0,0104 \text{ mg/C} = \frac{0,0104 \text{ mg/C}}{0,0898 \text{ mg/cm}^3} = 0,116 \text{ cm}^3/\text{C}.$$

Eszerint 1 C töltés áthaladásakor az elektrolitból kiváló (normál állapotú) H-gáz tömege 0,0104 mg, ill. térfogata 0,116 cm^3 . (Természetesen más hőmérsékleti és nyomásviszonyok esetén a gáztörvényeket is tekintetbe kell venni.)

Viszonylag egyszerű átszámítási táblázat állítható össze, ha ismerjük a gáz A atomsúlyát (M molekulasúlyát) és v vegyértékét. *Avogadro* törvénye szerint ui. minden normál állapotú (ideális) gáz 1 mól = A gramm (= M gramm) tömegének térfogata 22,41 l = 22 414 cm^3 . Ha még hozzávesszük, hogy a gáz $L = 6,02 \cdot 10^{23}$ atomot (molekulát) tartalmaz (*Loschmidt-féle szám*), akkor könnyen meghatározhatók az elektrolízis során kiváló atomok (molekulák) adatai (a részecskék száma, vegyértéke, tömege stb.). Mindezek tekintetbevételével a következő összefüggést kapjuk.

Az elektrolízis folyamán kiváló A gramm (M gramm) tömegű, v vegyértékű gáz kiválasztásához $Q = vF = v \cdot 96500 \text{ C}$ töltés szükséges; térfogata (normál állapotban) $V_0 = 22414 \text{ cm}^3$,

a kiváló atomok (molekulák) száma pedig $6,02 \cdot 10^{23}$. Röviden: A (M) gramm $\cong vF$ coulomb $\cong V_0 \text{ cm}^3 \cong L$ atom (molekula).

Pl. O_2 -gázra ($A = 16$, $v = 2$):

$$32 \text{ g } \text{O}_2 \cong 2 \cdot 96500 \text{ C} \cong 22414 \text{ cm}^3 \cong 6,02 \cdot 10^{23} \text{ O}_2 \text{ molekula}.$$

Az alábbi táblázatból az egységnyi tömeg, töltés, ill. térfogat kiválasztásakor a szükséges adatok kiszámíthatók.

	Tömeg (g)	Töltés (C)	Térfogat (cm^3)	Atomok (molekulák) száma
1 mól	A	$vF = v \cdot 96500$	$V_0 = 22414$	$L = 6,02 \cdot 10^{23}$
1 gramm	1	$\frac{vF}{A} = \frac{v}{A} \cdot 96500$	$\frac{V_0}{A} = \frac{1}{A} \cdot 22414$	$\frac{L}{A} = \frac{1}{A} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}$
1 coulomb (= 1 As)	$\frac{A}{vF} = \frac{A}{v} \cdot 1,036 \cdot 10^{-5}$	1	$\frac{V_0}{vF} = \frac{1}{v} \cdot 0,2323$	$\frac{L}{vF} = \frac{1}{v} \cdot 6,24 \cdot 10^{18}$
1 cm^3	$\frac{A}{V_0} = A \cdot 4,46 \cdot 10^{-5}$	$\frac{vF}{V_0} = v \cdot 4,35$	1	$\frac{L}{V_0} = 2,60 \cdot 10^{19}$

Faraday törvényei alapján az angol *Stoney* határozta meg először az elektron töltését. A H gramm-egyenértékűsége 1,008 g (ami egyben a H-gáz 1 mól mennyisége is), és kiválasztásához 96500 C töltés szükséges. 0 $^\circ\text{C}$ hőmérsékleten és 760 torr nyomáson azonban minden gáz 1 mól tömegű mennyiségében $L = 6,02 \cdot 10^{23}$ atom van. S mivel a H-ion töltése az elektron töltésével egyenlő ($v = 1$), tehát egy elektron töltése:

$$e = \frac{vF}{L} = \frac{96500 \text{ C}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

illetve bármely v vegyértékű ion töltése:

$$q = ve.$$

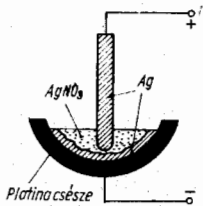
518

519

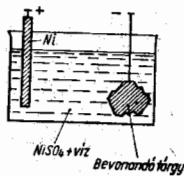
Áramerősség mérése. Faraday I. törvénye alapján az áramerősség nagy pontossággal meghatározható az elektrokémiai egyenérték (K), a kiválasztott anyagmennyiség (m) és az elektrolízisi idő (t) segítségével (420. ábra: ezüst-coulombmér).

Galvanotechnika. Elektrolízis segítségével fém- (vagy grafitporral vezetővé tett) tárgyakat fémmel lehet bevonni; ezzel vagy a korróziótól védik (nikkelezés), vagy a keménységét növelik (krómozás), illetve tetszetősebbé teszik (aranyozás, ezüstözés).

A tárgyat olyan fémoldatába merítik, amely a bevonó fém ionjait tartalmazza (nikkelezés esetén NiSO_4). Az anód a bevonó fém (Ni), a katód a tárgy (421. ábra).



420. ábra. Ezüst-coulombmér



421. ábra. Nikkelezés

Legfontosabb ipari alkalmazásai az **elektrolitikus fémisztítés** (raffinálás) és a **fémkohászat**.

Nagy tisztaságú elektrolitrezet pl. úgy állítanak elő, hogy még a szennyeződések tartalmazó ún. fekete-réz lapokat anódként kénsavas rézszulfát vizes oldatába merítik; a katód tisztított, vékony rézlemez, melyre rárakódik a réz.

Alumínium gyártásakor a bauxitból vegyi úton előállított timföldet (Al_2O_3) alacsonyabb olvadáspontú kriolittal keverik. A katód grafittal bélelt vaskád, az anód pedig széntömbökből

áll (l. a 415. ábrát). A 4–8 V feszültségű, 20–100 kA erősségű áram hatására a nyersanyag megolvad, és a meginduló vegyi folyamat eredményeként a tiszta alumínium a kád alján kiválik.

Példa

7 V feszültségű és 60 kA erősségű áram 24 h alatt: a) mennyi alumíniumot választ ki; b) hány kWh elektromos energia szükséges 1 kg alumínium előállításához ($K = 0,0935 \text{ mg/C}$)?

Megoldás

a) A kiválasztott alumínium:

$$m = KIt = 0,0935 \frac{\text{mg}}{\text{C}} \cdot 6 \cdot 10^4 \text{ A} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 4,89 \cdot 10^8 \text{ mg} \approx 490 \text{ kg.}$$

b) A felhasznált elektromos energia:

$$L = UIt = 7 \text{ V} \cdot 6 \cdot 10^4 \text{ A} \cdot 24 \text{ h} \approx 10 \text{ 000 kWh,}$$

ill. 1 kg alumínium előállításához

$$L_1 = 10 \text{ 000 kWh} / 490 \text{ kg} = 20,4 \text{ kWh/kg}$$

energia szükséges.

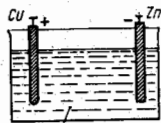
Feladatok

1. Mennyi ezüstöt választ ki az elektrolitból 4 h alatt 100 A erősségű áram? ($m = 1,61 \text{ kg.}$)
2. A rézszulfát (CuSO_4) vizes oldatából 2 h alatt milyen erősségű áram választ ki 30 g rezt? ($I = 12,6 \text{ A.}$)
3. Határozzuk meg, mennyi idő alatt választ ki 1 A erősségű áram 1 g hidrogén-, ill. 1 g oxigéngázt? ($t_h = 26 \text{ h } 40 \text{ min; } t_o = 3 \text{ h } 20 \text{ min.}$)
4. Egy alumíniumkohó elektrolizáló kádjában 50 min alatt 42,2 kg fémalumínium válik ki. Mekkora az elektrolizáló áram erőssége? ($I = 1,5 \cdot 10^5 \text{ A.}$)
5. A 200 cm^2 felületű fémtárgyat 0,02 mm vastag ezüstréteggel vonjuk be. Mennyi idő alatt válik ki az elektrolitból a szükséges ezüstmennyiség, ha az áramerősség 15 A? ($t = 4,2 \text{ min.}$)
6. A kétvegyértékű ólom atomálya 207,2. Mekkora az elektrokémiai egyenérték? ($K = 1,074 \text{ mg/C.}$)
7. Mennyi vizet bont 1 C töltés? ($m = 0,0932 \text{ mg.}$)
8. Határozzuk meg a normál állapotú durranógáz elektrokémiai egyenértékét mg/C és cm^3/C mértékegységben. ($K = 0,0932 \text{ mg/C} \approx \frac{1}{10,174} \text{ cm}^3/\text{C}$)
9. Számítsuk ki, hogy vízbontáskor 1 A erősségű áram 2 min alatt mi-

Ilyen tömegű, térfogatú és hány atomból álló H-, ill. O-gázt választ ki. (H: 1,25 mg, 27,9 cm^3 , $7,5 \cdot 10^{23}$ atom; O: 9,95 mg, 13,9 cm^3 , $3,7 \cdot 10^{23}$ atom.)

111. Galvánelemek

Ha két különböző elsőrendű vezetőt elektrolitba merítünk, **galvánelemet** kapunk. Merítsünk kénsav vizes oldatába réz- (Cu) és cink- (Zn) lemezt (422. ábra); ha a lemezeket kisfeszültségű izzólámpával összekapcsoljuk, a bekapcsolt műszer áramot jelez. Ez az áramforrás, az ún. **Volta-elem**, kémiai energiát alakít át elektromos energiává. Üresjárású feszültsége 1 V, amely a terhelés folyamán rövidesen lecsökken (az elem „kimerül”).



422. ábra. Volta-elem

Az áramkör úgy jön létre, hogy a cinklemezről pozitív cinkionok jutnak az elektrolitba, és a lemezen elektronok halmozódnak fel. A rézlemez viszont az elektrolitból pozitív töltésűvé válik, tehát a fogyasztón keresztül megindul az elektronok áramlása.

Az elem üresjárású feszültsége azért csökken, mert a kénsav 2 H^+ - és SO_4^{2-} ionjai másodlagos vegyi folyamatot létesítenek. A cinklemez az oxigén, a rézlemez a hidrogén gázbuborékok beborítják, s új galvánelemet létesítenek, amelynek feszültsége az eredeti elem feszültségével ellentétes irányú.

A galvánelem feszültsége független az elektródák nagyságától, azok távolságától, az elektrolit mennyiségétől és csak az elektródák anyagi minőségétől, ill. az elektródtól függ.

Az alábbi táblázatban feltüntetjük néhány elemnek a hidrogénre vonatkoztatott alapfeszültségét:

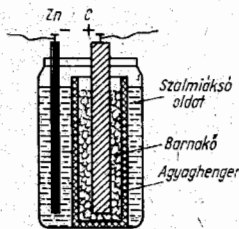
alumínium	-1,28 V	hidrogén	0 V
cink	-0,76 V	réz	+0,34 V
vas	-0,43 V	higany	+0,80 V
kadmium	-0,40 V	ezüst	+0,86 V
nikkel	-0,22 V	arany	+1,50 V
ón	-0,14 V			

Pl. a réz- és cinklemez elektrolitba merítve

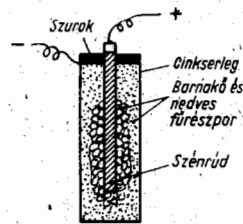
$$U_0 = +0,34 \text{ V} - (-0,76 \text{ V}) = 1,1 \text{ V}$$

üresjárású feszültséget ad.

A galvánelemek egyik fajtája, a **Leclanché-elem** pozitív sarka barnakőbe ágyazott szénrúd, negatív sarka cink, elektrolitja szalmiáksó vizes oldata (423. ábra). Feszültsége kb. 1,5 V.



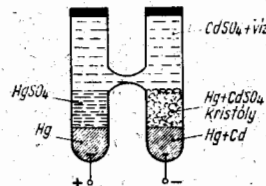
423. ábra. Leclanché-elem



424. ábra. Száraz-elem

A **Volta**-elemmel szemben előnye, hogy a pozitív sarkon kiváló hidrogént a barnakő (mangán-szuperoxid) leköti. Ennek módosított formája a **szárazelem** (424. ábra).

A **kadmium-normálem** (Weston-elem) régebben a feszültség mértékegységét határozta meg. Pozitív sarka higany, higany-szulfát pasztával, a negatív sarka higany- és kadmium-amalgám; az elektrolit kadmium-szulfát vizes oldata (425. ábra). Feszültsége 20 $^{\circ}\text{C}$ -on 1,0183 V.

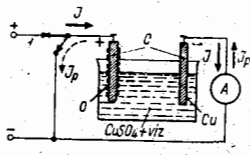


425. ábra. Kadmium-normálem

112. Elektrolitikus polarizáció.

Akkumulátorok

Polarizáció. Rézszulfát (CuSO_4) vizes oldatába merített szénelektrodákat kapcsoljuk áramforráshoz. Bizonyos idő múlva a vegyi folyamat hatására a pozitív póluson oxigén, a negatívon réz válik ki. Kapcsoljuk le az áramforrást, és az áramkört a műszeren keresztül zárjuk rövidre (426. ábra). Azt tapasztaljuk, hogy a berendezés áramot szolgáltat (I_p), amelynek iránya a bevezetett áram (I) irányával ellentétes. A jelenség az ún. **elektrolitikus polarizáció**, a kapott feszültség és áram a **polarizációs feszültség**, ill. **áram**.



426. ábra. Elektrolitikus polarizáció

A jelenség magyarázata, hogy az eredetileg egynemű szénelektrodák a bevezetett áram hatására kiváló réz-, ill. oxigénbevonattal különböző elektrodákká alakultak, s az így keletkező másodlagos galvánelem feszültséget szolgáltat.

A polarizációs feszültség csak akkor jön létre, ha az elektrodákat az elektrolit nem támadja meg. Pl. cinkszulfát oldatban cinkelektrodákkal nem keletkezik polarizációs feszültség.

A polarizáció következtében elektrolizálni csak a polarizációs feszültségnél nagyobb feszültséggel lehet.

Az **akkumulátorok** az elektrolitikus polarizáció elve alapján elektromos energiát alakítanak vegyi energiává (töltés), ill. ismét elektromos energiává (kisütés). Eszerint **töltés** esetén az akkumulátor mint fogyasztó működik, **kisütéskor** pedig mint áramforrás (másodlagos galvánelem).

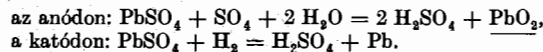
A gyakorlatban savas és lúgos akkumulátorokat használnak.

A savas akkumulátorok közül a legelterjedtebb az **ólomakkumulátor**. A kénsv vizes oldatába merülő ólomszulfát lemezek töltéskor ólomszuperoxidá (PbO_2), ill. színóloommá (Pb) alakulnak. Kisütéskor pedig a folyamat fordított.

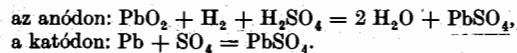
524

A vegyi folyamat:

Töltéskor



Kisütéskor



Feszültsége kerekén 2 V, belső ellenállása a kisebb cellákon kb. 0,01 Ω , a nagyobbakon 0,001 Ω .

A lúgos akkumulátorok egyik fajtája az **Edison-féle nikkelvás** (NIFE) **akkumulátor**. Pozitív lemeze nikkelezett vasbádó, amelynek lyuggatott lemeztáskáiban nikkeldioxid és grafitpor van, negatív lemezen hasonló módon elhelyezett hatásos anyag a vashidroxid. Az elektrolit kálium (KOH). Feszültsége kerekén 1,2 V, belső ellenállása kb. 0,05 Ω .

Hasonló felépítésű a **nikkel-kadmium akkumulátor** is.

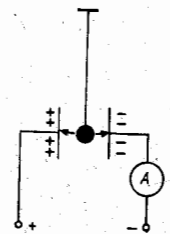
Az **ezüst-horgany akkumulátor** pozitív lemeze ezüstoxid. Elektrolitja szintén kálium.

525

D) AZ ELEKTROMOS TÉR

113. Coulomb törvénye

Kapcsoljunk egyenáramú áramforráshoz két párhuzamos fémlemezt, és függesszünk fel közöttük egy könnyű fémgolyót (427. ábra). Ha a golyót az egyik lemezzel érintkezésbe hozzuk, azt tapasztaljuk, hogy a golyó ingaszerűen ide-oda leng a lemezek között.



427. ábra. Fémgolyó mozgása elektromos térben

A jelenséget a következőképpen magyarázzuk. Az áramforrás feszültségének megfelelően az egyik lemezen elektrontöbblet (negatív töltés), a másikon elektronhiány (pozitív töltés) van. Ha a golyó az érintkezéskor pl. negatív töltést vesz fel, akkor a negatív töltésű lemez taszító, ill. a pozitív töltésű lemez vonzó hatására a pozitív töltésű lemez felé mozdul el. Érintkezéskor

az elektronokat a lemezek átadja, ill. arról pozitív töltést vesz fel. Ekkor viszont a taszító, ill. a vonzóerő a negatív töltésű lemez felé mozdítja el s. i. t.

A kísérletből megállapíthatjuk, hogy az **egynemű töltések taszítják, a különeműek vonzzák egymást**. Az elektromos töltések közötti erőhatásra **Coulomb** mérései alapján a következő törvényt állította fel:

A **pontszerű töltések között ható erő** (F) egyenesen arányos a töltésekkel (q, Q) és fordítottan arányos a töltések közötti távolság (r) négyzetével:

$$F = k \frac{qQ}{r^2}$$

Ez **Coulomb törvénye**.

A képletben szereplő k arányossági tényező a töltések között levő szigetelőanyag minőségétől, ill. a mértékegységek megválasztásától függő állandó. Ha a töltést coulombban (As), a távolságot méterben, az erőt newtonban mérjük, akkor k a

$$k = \frac{Fr^2}{qQ}$$

összefüggésből meghatározható. Mértékszámra légüres térre (és gyakorlatilag levegőre) vonatkoztatva $9 \cdot 10^9$. S mivel

$$J = Nm = Ws = VAs,$$

illetve

$$N = \frac{J}{m} = \frac{Ws}{m} = \frac{VAs}{m} = \frac{VC}{m},$$

tehát

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{A^2s^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As} = 9 \cdot 10^9 \frac{Vm}{C}$$

Eszerint 1 C töltés a tőle 1 m távolságra levő 1 C töltésre légüres térben $9 \cdot 10^9$ N erővel hat.

Példa

Mekkora erővel vonzza egymást 10^{-8} cm távolságból egy elektron és egy proton?

Megoldás

Mivel az elektron töltése

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

és ugyanekkora, de pozitív előjelű a proton töltése, tehát $r = 10^{-10}$ m távolságra az erő:

$$P = k \frac{-e^2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-1,6^2 \cdot 10^{-38}}{10^{-20}} \text{ N} \approx -2,3 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

(a negatív előjel azt mutatja, hogy az elektron és a proton vonzzák egymást).

526

527

114. Elektromos térerősség. Erővonalak

Elektromos erőtér. Térerősség. Coulomb törvényéből következik, hogy a töltések a térben egymásra erőhatást fejtenek ki. A térnek az a része, amelyben ez az erő hat, az ún. **elektromos erőtér**.

Kísérletileg igazolható, hogy az elektromos erőtér egy adott pontjában levő Q töltésre ható F erő a töltéssel egyenesen arányos, tehát az erőteret az

$$E = \frac{F}{Q}$$

hányadossal az ún. **térerősséggel** (jele: E) jellemezhetjük. Mértékegységét a következőképpen határozzuk meg. Mivel az erő mértékegysége $N = VAs/m$, a töltés $C (= As)$, tehát a térerősség mértékegysége:

$$[E] = \frac{N}{C} = \frac{VAs/m}{As} = \frac{V}{m}$$

Eszerint az erőtér valamely pontjában egységnyi a térerősség, ha 1 C pozitív töltésre 1 N erő hat.

A térerősség vektormennyiség, iránya megegyezik a pozitív töltésszögére ható erő irányával.

Példák

1. Határozzuk meg, hogy légüres térben a $q = 1 \mu C$ töltés milyen távolságra létezik $E = 1 V/m$ térerősséget?

Megoldás

Mivel a térerősség számértéke a $Q = 1 C$ (As) töltésre ható erő N -ban, tehát

$$E = \frac{F}{Q}$$

Azonban Coulomb törvénye szerint az erő:

$$F = k \frac{qQ}{r^2}$$

528

ebből pedig

$$\frac{F}{Q} = E = k \frac{q}{r^2}$$

vagyis

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

A keresett távolság tehát ($k = 9 \cdot 10^9 Vm/C$ és $q = 10^{-6} C$ helyettesítéssel):

$$r = \sqrt{\frac{kq}{E}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 Vm/C \cdot 10^{-6} C}{1 V/m}} \approx 95 m.$$

2. A $q_1 = 2 \mu C$ és a $q_2 = -3 \mu C$ pontszerű töltések egymástól 20 cm távolságra vannak. A köztük közötti távolság felezőpontjába $Q = 1 \mu C$ töltést helyezünk. a) Határozzuk meg a Q töltésre ható erőt; b) mekkora a felezőpontban a térerősség?

Megoldás

a) A q_1 és Q közötti távolság r , a q_2 és Q közötti távolság $r = 10 cm = 0,1 m$ távolságra:

$$F_1 = k \frac{q_1 Q}{r^2}, \quad \text{ill.} \quad F_2 = k \frac{q_2 Q}{r^2}$$

Tehát az eredő erő:

$$F = F_1 + F_2 = \frac{kQ}{r^2} (q_1 + |q_2|)$$



428. ábra. A 2. példához

(Uj. a 428. ábra szerint a két erő egyirányú, tehát az eredő nagyságánál q_2 abszolút értékét vesszük):

$$F = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{0,1^2} (2 \cdot 10^{-6} + 3 \cdot 10^{-6}) N = 4,5 N;$$

az iránya q_2 felé mutat.

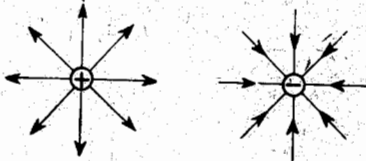
34. Fizika 3.

529

- b) A térerősség a felezőpontban:

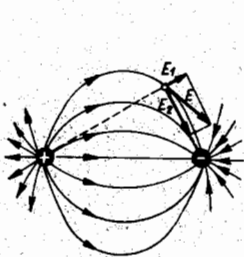
$$E = \frac{F}{Q} = \frac{4,5 N}{10^{-6} C} = 4,5 \cdot 10^6 N/C (= V/m).$$

Erővonalak. Az elektromos erőtér — Faraday nyomán — erővonalakkal tehetjük szemléletessé. Ezek olyan görbék, amelyeknek bármely pontjában az érintő megadja a térerősségvektor irányát, sűrűségük pedig a térerősség nagyságával arányos.

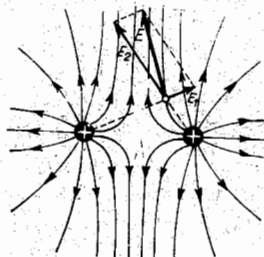


429. ábra. Pontszerű töltések erőtér

Megállapodás szerint az erővonalak a pozitív töltésből indulnak ki, ill. a negatív töltésbe futnak be. A 429. ábrán a pontszerű töltés sugárirányú erővonalait rajzoltuk fel. A 430. ábra két ellentétes, a 431. ábra két egyenlő előjeli töltés körül kialakuló erővonalteret, ill. egy pontban a térerősség összetevőit (E_1, E_2) és eredő-



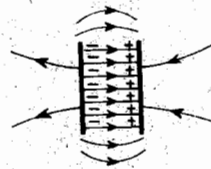
430. ábra. Ellentétes előjeli töltések erőtér



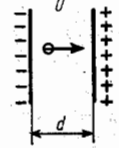
431. ábra. Egyenlő előjeli töltések erőtér

530

erőt (E) mutatja. Párhuzamos fémlécek között az erővonalak párhuzamosak és egymástól egyenlő távolságra vannak (432. ábra). Az ilyen erőteret — amelyben tehát a térerősség minden pontban egyenlő — **homogén erőternek** nevezük.



432. ábra. Homogén erőtér



433. ábra. Az 1. példához

Példák

1. Határozzuk meg: a) a térerősséget homogén elektromos erőtérben, ha a 433. ábrán vázolt két párhuzamos fémlécek távolsága $d = 10 mm$, a feszültség $U = 100 V$; b) Mekkora sebességre gyorsul fel egy elektron a d távolság befutása után? (Az elektron töltése $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, tömege $m = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$.)

Megoldás

a) Ha az erőtérben Q töltés d úton elmozdul, akkor a $tér UQ$ munkája egyenlő a töltésre ható állandó F erő Fd munkájával:

$$L = UQ = Fd.$$

Azonban E térerősség esetén a Q töltésre ható erő:

$$F = EQ,$$

tehát

$$UQ = EQd.$$

S innen a keresett térerősség:

$$E = \frac{U}{d},$$

ill. az adatokból:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{100 V}{1 cm} = 100 \frac{V}{cm} = 10^4 \frac{V}{m}$$

34*

531

b) Mivel az elektronra ható erő:

$$F = EQ = Ee = 10^4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ N} = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N},$$

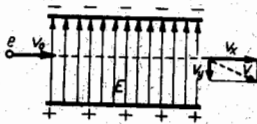
tehát gyorsulása:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \approx 1,76 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2.$$

A sebessége pedig a d távolság befutása után:

$$v = \sqrt{2ad} = \sqrt{2 \cdot 1,76 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-2}} \text{ m/s} \approx 5,93 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 5,93 \cdot 10^3 \text{ km/s}.$$

2. Az elektron az erővonalakra merőlegesen $v_0 = 10^4$ km/s sebességgel lép be az $E = 6000$ V/m térerősségű homogén elektromos térbe. Milyen sebességgel lép ki $l = 5$ cm út befutása után?



434. ábra. A 2. példához

Mivel az elektronra a térben

$$F = EQ = Ee$$

állandó erő hat, tehát gyorsulással mozog, amely Newton II. törvénye alapján kiszámítható:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Ee}{m}$$

(m az elektron tömege).

A gyorsítás ideje az l hosszú út befutása esetén

$$t = \frac{l}{v_0}$$

tehát a függőleges sebességösszetevő:

$$v_y = at = \frac{Ee}{m} \cdot \frac{l}{v_0}$$

Megoldás

A 434. ábra szerint a kilépő elektron v sebessége a vízszintes irányú v_x és a függőleges irányú v_y sebességösszetevők eredője. Az erővonalakra merőleges irányú összetevő változatlan, vagyis $v_x = v_0$. A v_y összetevőt pedig a következőképpen számítjuk ki.

Az adatok helyettesítésével ($m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg):

$$v_y = \frac{6000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot \frac{0,05}{10^7} \text{ m/s} = 5,3 \cdot 10^4 \text{ m/s}.$$

Az eredő sebesség nagysága

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(10^7)^2 + (5,3 \cdot 10^4)^2} \text{ m/s} \approx 1,13 \cdot 10^7 \text{ m/s} = 1,13 \cdot 10^4 \text{ km/s};$$

A vízszintessel bezárt irányzöge pedig a

$$\text{tg } \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{5,3 \cdot 10^4}{10^7} = 0,53$$

összefüggésből:

$$\alpha \approx 27,9^\circ.$$

Ezek szerint homogén elektromos térben, az erővonalakra merőlegesen haladó elektron pályája elgömbül.

115. Elektromos potenciál és feszültség

Elektromos potenciál. Az elektromos töltés a környezetében elektromos erőteret létesít, amelyet — irány és nagyság szerint — a térerősség jellemez. Eszerint az elektromos erő hatására a térbe helyezett töltés elmozdulhat, vagyis az erő munkát végezhet. Az erőteret tehát az is jellemzi, hogy minden pontjában a töltésnek — helyzeténél fogva — munkavégző képessége, potenciális energiája van. Ez az energia a tér egy adott pontjában a Q töltéssel egyenesen arányos, vagyis

$$L = UQ,$$

ill.

$$U = \frac{L}{Q} = \text{const.}$$

Az U állandó, az ún. **elektromos potenciál** megadja, hogy az adott pontban az egységnyi töltésnek mekkora a helyzeti (potenciális) energiája. Más megfogalmazásban: *a potenciál azzal a munkával mérhető, amelyet a térerősség irányában az elektromos erő végez, ha az egységnyi pozitív töltést a tér meghatározott pontjából a zérus térerősségű pontba taszítja.*

Elektromos feszültség. Ha a Q töltés az erőter U_1 potenciálú pontjából az alacsonyabb, U_2 potenciálú pontjába elmozdul, akkor az elektromos erő munkája:

$$L = Q(U_1 - U_2),$$

vagyis a töltéssel és az erőter két pontja közötti potenciálkülönbséggel egyenesen arányos. Az

$$U_1 - U_2 = U = L/Q$$

potenciálkülönbséget vagy másnéven *feszültséget* azzal a munkával mérjük, amelyet az elektromos erő végez, ha az egységnyi pozitív töltést a tér két pontja között ($U_1 > U_2$) elmozdítja.

A mértékegységeket úgy rögzítettük, hogy ha a töltést coulombban (= As), a munkát joule-ban (= Ws) mérjük, akkor a feszültséget, ill. a potenciálkülönbséget voltban (V) kapjuk. Vagyis

$$V = J/C = Ws/As = W/A,$$

ill.

$$J = VC = VAs \text{ és } W = VA.$$

Itt kell rámutatnunk arra, amire a bevezető részben már hivatkoztunk, hogy az

$$L = Q(U_1 - U_2)$$

összefüggésnek megfelelően az elektromos erő csak akkor végez munkát, ha $U_1 > U_2$, vagyis a töltés a magasabb potenciálú helyről az alacsonyabb potenciálú helyre kerül. Ez más szavakkal azt jelenti, hogy az elektromos erő munkája a töltés potenciális energiájának csökkenésével jár. Megfordítva: A töltés az alacsonyabb, U_1 potenciálú helyről a magasabb U_2 ($> U_1$) potenciálú helyre csak akkor kerülhet, ha „külső erő” ennek megfelelő munkát végez. Vagyis a „külső munka” a töltés potenciális energiáját növeli. Ezt a lényeges különbséget az elnevezésekkel is kifejezésre juttattuk. Fémes vezetőkben pl. a szabad elektronok szétválasztásához szükséges „külső munkát” az elektromos feszültséggel, a szétválasztott töltések potenciális energiáját pedig az üresjárási feszültséggel jellemeztük. Mindezek

természetesen következnek az energia megmaradásának általános törvényéből. (A viszonyok hasonlóak a nehézségi erőterben a tömeg energia-, ill. munkaviszonyaihoz.)

Példa

a) Mekkora a munka, ha a pontszerű $q = 1,2 \cdot 10^{-8}$ C töltés által létesített erőterben a töltéstől $r = 2$ m távolságra levő $Q = 0,5$ C töltés $R = 3$ m távolságra kerül? b) Számítsuk ki r , ill. R távolságban a potenciál értékét. c) Számszerűen igazoljuk, hogy a potenciálkülönbség az egységnyi töltés átviteléhez szükséges munkával egyenlő.

Megoldás

a) Minthogy a két töltés között r távolságra Coulomb törvénye szerint az erő:

$$F = k \frac{qQ}{r^2} = \frac{c}{r^2}$$

a távolság négyzetével fordítottan arányos, tehát a 144. oldalon levő példával megegyezően az $(R - r)$ úton az elektromos erő munkája:

$$L = c \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) = kqQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right).$$

Eszerint az adatok helyettesítésével a munka:

$$L = 9 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8} \cdot 0,5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \text{ J} = 9 \text{ J} (= VAs).$$

b) A potenciál r , ill. R távolságban:

$$U_1 = \frac{kq}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}}{2} \text{ V} = 54 \text{ V};$$

$$U_2 = \frac{kq}{R} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,2 \cdot 10^{-8}}{3} \text{ V} = 36 \text{ V}.$$

c) A potenciálkülönbség

$$U_1 - U_2 = U = (54 - 36) \text{ V} = 18 \text{ V}.$$

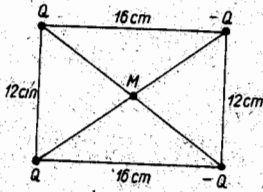
S mivel az elektromos erő munkájá $L = 9 \text{ J} (= VAs)$, tehát az egységnyi töltés átviteléhez szükséges munka:

$$U = L/Q = 9 \text{ J}/0,5 \text{ C} = 18 \text{ J/C} = 18 \text{ V},$$

vagyis a potenciálkülönbséggel megegyező.

Feladatok

1. Milyen átmérőjű olajcsepp lebegne a függőlegesen lefelé irányuló 0,1 kV/cm erősségű homogén elektromos térben, ha a csepp $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C töltés van? Az olaj sűrűsége 0,94 kg/dm³. ($d = 0,7 \mu\text{m}$.)
2. A homogén elektromos tér erőssége 300 N/C ($=V/m$). a) Mekkora sebességgel lépett be a térbe egy elektron, ha az erővonalakkal párhuzamosan 10 cm út befutása után teljesen lefékeződött; b) mekkora a potenciális energiája a lefékezés pillanatában? ($v \approx 1,9 \cdot 10^6$ m/s, $E_h = 1,6 \cdot 10^{-18}$ J.)
3. A 435. ábrán látható távolságban és elrendezésben mekkora a térerősség az M metszéspontban, ha $Q = 10^{-8}$ C? ($E = 2,88 \cdot 10^4$ N/C.)



435. ábra. A 3. feladathoz

4. Mekkora a hidrogénatomban — a nyugvónak képzelt — elektron potenciálja a magtól r , r, \dots nr távolságra? ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $r = 0,52 \cdot 10^{-8}$ cm.) ($U = ke/nr = 27,6/n$ V.)
5. A $q = 10^{-8}$ C pontszerű töltés erőterében, tőle 10 m távolságra $Q = 10^{-7}$ C töltés van. Határozzuk meg: a) mekkora a térerősség és a potenciál e távolságban; b) mekkora (külső) munka szükséges ahhoz, hogy a Q töltés az eredeti helyzetének megfelelő U potenciálú helyről a 3U potenciálú helyre kerüljön; c) milyen távolságra van ebben az esetben a Q töltés a q töltéstől? ($E = 90$ N/C, $U = 900$ V; $L = 1,8 \cdot 10^{-4}$ J; $\pi = 3,14$.)
6. Mekkora a proton és az elektron közötti elektromos és gravitációs erők aránya (az elektron és a proton töltésének nagysága $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, az elektron tömege $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, a proton tömege kerekén $1800m_e$)? ($F_e/F_g = 2,3 \cdot 10^{36}$.)

116. Kapacitás. Kondenzátorok

Kapacitás. Kísérletileg igazolható, hogy két elektródára (pl. két párhuzamos fémlémezre) vitt Q és $-Q$ töltés hatására az elektródák között fellépő U feszültség arányos a Q töltéssel:

$$Q = CU$$

A C arányossági tényező az elektródák méreteitől, alakjától és a teret kitöltő szigetelőanyagtól függő állandó, a rendszer *kapacitása*.

Átütési mértékegysége a farad (jele: F), a töltés és a feszültség mértékegységeinek a hányadosa:

$$[C] = \frac{C}{V} = \frac{As}{V} = F$$

Eszerint 1 F annak a rendszernek a kapacitása, amelyen 1 C töltés 1 V feszültséget létesít.

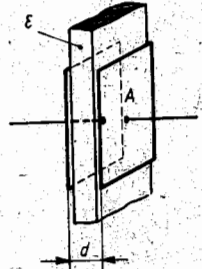
Ez a kapacitásegység azonban igen nagy; kisebb mértékegységei:

$$\begin{aligned} 10^{-6} F &= 1 \mu F \\ 10^{-9} F &= 1 nF \\ 10^{-12} F &= 1 pF \end{aligned}$$

Kondenzátorok. Két, egymástól szigetelőanyaggal elválasztott fémlémez kondenzátort (sűrítőt) alkot.

Ez — mint majd a váltakozóáramok, rezgőkörök stb. tárgyalásakor látjuk — igen fontos áramköri elem. Legegyezőbb fajtája a *sikkondenzátor*; ebben a fémlémezek párhuzamosak. Kísérletekkel igazolható, hogy kapacitása a szembenálló lemezek, az ún. fegyverzetek felületével (A) egyenesen, azok távolságával (d) fordítottan arányos (436. ábra):

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$



436. ábra. Sikkondenzátor

Az összefüggésben szereplő ϵ arányossági tényező a fegyverzetek közötti szigetelőanyagra jellemző, ún. *dielektromos állandó*. Mértékegysége az

$$\epsilon = C \frac{d}{A}$$

összefüggésből határozható meg. Mivel a kapacitás mértékegy-

sege: $C/V = As/V = F$, a távolság m , a felület m^2 , tehát

$$[\epsilon] = \frac{As}{V} \frac{m}{m^2} = \frac{As}{Vm} = \frac{F}{m}$$

A *dielektromos állandó két tényezőből tevődik össze: a légyeres tér dielektromos állandójából* (ϵ_0) és a szigetelőanyagból a légyeres térhez viszonyított ún. *relatív dielektromos állandójából* (ϵ_r):

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

A légyeres tér dielektromos állandójának értéke:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{9 \cdot 10^9} \frac{As}{Vm} = 8,855 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \left(= \frac{F}{m} \right)$$

A relatív dielektromos állandó tehát megadja, hogy a szigetelőanyaggal a kondenzátor kapacitása a légyeres térben mért kapacitásának hányszorosa. A relatív dielektromos állandó pusztán szám. Értékét néhány fontosabb szigetelőanyagra alább adjuk meg:

bakelit	4...6	papíros (száraz)	2,1...3,5
csillám	4...8	paraffinolaj	2,3
ebonit	3,5	polisztirol	2,5
epszilán	7000	porcelán	4,5
kondenza C	80	sellak	2,7...3,7
légyeres	1,0006	transzformátor-olaj	2,2
légyeres tér	1	üveg	5...15
mikanit	5	víz	60...90

Átütési szilárdság. A kondenzátor fegyverzetei között a feszültség növekedésével növekszik a szigetelőanyag egységnyi (1 m vagy 1 cm) vastag rétegére eső feszültség, az ún. *elektromos igénybevétel*. A szigetelőanyag elektromos szilárdságának határértéke, az ún. *átütési szilárdság* az a legnagyobb feszültség, mely a szigetelőanyag 1 m (1 cm) vastag réteget átüti. Az igénybevételnek a megfelelő biztonság figyelembevételével mindig kisebbnek kell lennie, mint az átütési szilárdságnak. Mindkettő

mértékegysége — a térerősséggel megegyezően — V/m; a gyakorlatban azonban inkább a kV/cm mértékegységet használják.

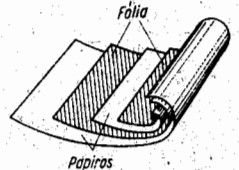
Néhány anyag átütési szilárdsága:

csillám	550...800 kV/cm
porcelán	200...300 kV/cm
száraz papíros	50...100 kV/cm
transzformátor-olaj	200...250 kV/cm
üveg	100...450 kV/cm

Technikai kondenzátorok. A legismertebb kondenzátortípus a *tömb- vagy blokk-kondenzátor*. Fegyverzete két hosszú fémcsík (aluminium fólia), dielektrikuma paraffinba mártott papírszalag (437. ábra). A feltekercselt hengeres vagy lapos kondenzátort fém-, vagy papírházba zárják, és szigetelőanyaggal kiöntik. Méretezését a kapacitás értéke és az igénybevételtől függő átütési szilárdság határozza meg. A dielektrikum természetesen némesak papíros, hanem bármilyen, a felhasználási célnak megfelelő szigetelőanyag lehet.

A fegyverzetek közötti távolság csökkentése a kapacitás értékét növeli, az átütési szilárdságot azonban csökkenti. Nagy kapacitásúak az ún. *elektrolit-kondenzátorok*. Fegyverzetei alumínium fóliák, a dielektrikum a pozitív fegyverzeten létesített vékony (kb. 10^{-4} mm) alumíniumoxid réteg. A borax, glicerin és szalmiakoldatból álló elektrolit vagy folyékony (nedves típus) vagy kocsonyasított (száraz típus). Ügyelni kell arra, hogy a kondenzátort megfelelő polaritással kapcsoljuk az áramkörbe, különben tönkremegy.

Változtatható kapacitásúak az ún. *forgókondenzátorok*. Fegyverzeteik egymástól szigetelőanyaggal (általában levegővel) elválasztott lemezekből állnak (438. ábra), amelyek egymásba forgathatók. A szembenálló felületek nagyságától függően változtatható a kapacitás értéke.

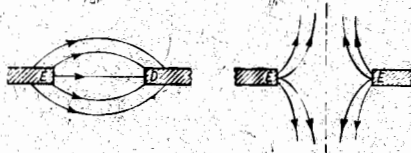


437. ábra. Tömb- (blokk-) kondenzátor

117. Mágneses alapfogalmak

Fügesszünk fel fonálra vízszintesen egy mágnesrudat. Néhány lengés után megközelítően a földrajzi észak-déli irányba áll be. Ennek megfelelően a rúdnak az északi sark felé mutató végét északi (É), a másikat déli pólusnak (D) nevezzük.

Két mágnesrúd vagy mágnespatkó egymásra vonzó vagy taszító hatást fejt ki. Kísérletileg igazolható, hogy az azonos mágneses pólusok taszítják, az ellentétesek vonzzák egymást. Ebből következik, hogy minden mágnes maga körül — az elektromos erőteréhez hasonlóan — mágneses erőteret létesít. Az erőteret — mint később részletesen is tárgyaljuk — a térerősséggel, ill. a mágneses indukcióval jellemezhetjük és erővonalakkal szemléltethetjük.



442. ábra. a) Két ellentétes és b) két megegyező polaritású mágnespólus erővonalterre

Az erővonalak olyan görbék, amelyek a mágnesben záródnak, s irányuk a térben az északi pólustól a déli felé mutat. A 442. ábrán két ellentétes (a) és két megegyező polaritású mágnespólus (b) erővonalait rajzoltuk meg. Ha az erővonalak párhuz-

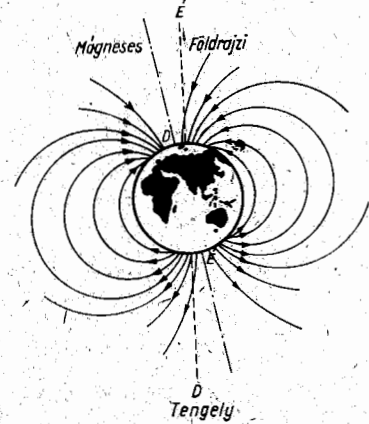
mosak és mindenütt egyenlő sűrűségűek, akkor a mágneses tér homogén.

Az elektromos és a mágneses tér hasonlósága mellett egy lényeges különbségre kell rámutatni. Míg az elektromos teret akár a pozitív, akár a negatív töltés egymagában is létrehozza, addig a mágneses teret az északi és déli pólus mindig együttesen létesíti.

118. A Föld mágneses erőtere

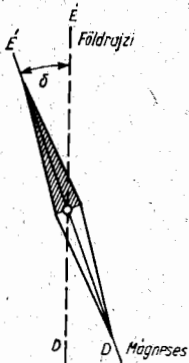
A vízszintes síkban szabadon forgó mágnes — mint mondtuk — megközelítően észak-déli irányban helyezkedik el. Ebből következik, hogy a Föld is egy nagy mágnes, amelynek északi sarkán déli, déli sarkán északi mágnesség van (443. ábra).

A földrajzi és a mágneses É—D irány néhány fokos szöggel eltér, mert a földrajzi és a mágneses sarkok nem esnek egybe.



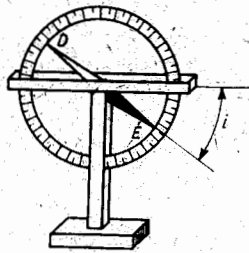
443. ábra. A Föld mágneses erőtere

Az elhajlás (deklináció) szöge (jele: δ) a Föld különböző helyein más és más (444. ábra). Az egyenlő elhajlású helyeket összekötő görbék az ún. *izogón* vonalak.



444. ábra. A mágnesű elhajlása

A függőleges síkban szabadon forgó, súlypontjában felfüggesztett mágnesű bizonyos szöggel a vízszintes sík alá hajlik. Ez a



445. ábra. A mágnesű lehajlása

szög a *lehajlás* (inklináció) szöge (jele: i), nálunk kb. 63° (445. ábra).

Az inklinációs mágnesű iránya a Föld mágneses indukciójának irányát mutatja (446. ábra). Mivel az inklináció szöge (i) és a vízszintes összetevő (B_v) mérhető, tehát a (totális) mágneses indukció meghatározható. A két összetevő

$$B_v = B \cos i \text{ és } B_i = B \sin i.$$

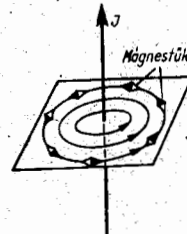
Az egyenlő inklinációs helyeket összekötő görbék az ún. *izoklin* vonalak, az egyenlő mágneses indukciójú helyeket feltüntető görbék az ún. *izodinám* vonalak.



446. ábra. A Föld (totális) mágneses indukciójának megjelölése

119. Az elektromos áram mágneses tere

Biot—Savart-törvény. Kapcsoljunk egy egyenes vezetőbe áramot; azt tapasztaljuk, hogy a vezetőre merőleges síkban a körje elhelyezett kis mágnesű koncentrikus körök mentén helyezkednek el (447. ábra). Ha a vezetőben az áram irányát megfordítjuk, a mágnesű iránya is megváltozik. A kísérletből következik, hogy a vezetőben folyó áram mágneses erőteret létesít maga körül. A mágneses erővonalak a vezetőre merőleges síkban kialakuló koncentrikus körök, amelyeknek sűrűsége a vezetőtől mért távolságtól függően csökken.



447. ábra. Egyenes áramvezető mágneses tere

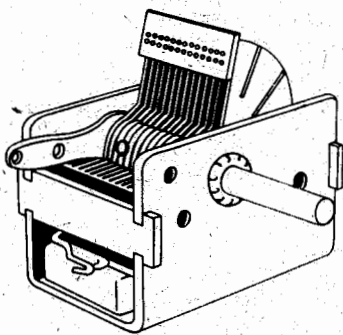


448. ábra. Jobbkéz-szabály

Az erővonalak irányát behajlított jobb kezünk ujjainak iránya adja, ha hüvelykujjunk az áram irányába mutat (448. ábra). Ha tehát az áram iránya megváltozik, az erővonalak iránya is ellentétesé válik. A 449. ábra a vezetőre merőleges síkban mutatja a mágneses tér irányát, ha az áram befelé (a), ill. kifelé folyik (b).

A mágneses térerősséget (jele: H) a következőképpen határozzuk meg. Ha a vezetőben I erősségű áram folyik, akkor ennek Δl hosszú része, tőle r távolságban, α irányszög esetén (450. ábra):

$$H = k \frac{I \Delta l}{r^2} \sin \alpha$$



438. ábra. Forgókondenzátor

Példa

A tömbkondenzátor két, 10 m hosszú, 5 cm széles alumínium fólia fegyverzetei között két, 0,03 mm vastag paraffinozott papíros szigetelő van (a papíros relatív dielektromos állandója 2,6). a) Mekkora a kapacitása; b) mennyi töltést tárol, ha 1500 V feszültségre kapcsoljuk?

Megoldás

a) A tömbkondenzátorban a fegyverzetek mindkét felületét számításba kell venni, tehát

$$A = 2 \cdot 10 \text{ m} \cdot 0,06 \text{ m} = 1,2 \text{ m}^2.$$

S mivel $d = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, tehát a kapacitás:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} = 8,855 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 2,6 \cdot \frac{1,2 \text{ m}^2}{3 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 9,2 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 0,92 \mu\text{F}.$$

b) A tárolt töltés pedig

$$Q = CU = 0,92 \cdot 10^{-9} \text{ F} \cdot 1500 \text{ V} = 1,38 \cdot 10^{-6} \text{ C}.$$

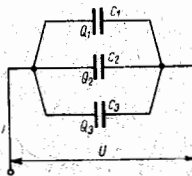
Kondenzátorok kapcsolása. A kondenzátorokat kapcsolhatjuk párhuzamosan és sorosan.

Párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok eredő kapacitása az egyes kapacitások összege:

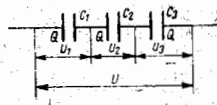
$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \Sigma C_n.$$

A kondenzátorok között U -a feszültség egyenlő (439. ábra), és a töltések összeadódnak. Vagyis:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n.$$



439. ábra. Párhuzamosan kapcsolt kondenzátorok



440. ábra. Sorosan kapcsolt kondenzátorok

A $Q = CU$ összefüggés szerint azonban:

$$CU = C_1U + C_2U + \dots + C_nU,$$

tehát U -val végigosztva a fenti eredmény adódik.

Sorosan kapcsolt kondenzátorok eredő kapacitásának reciproka a kapacitások reciprokok összege:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \Sigma \frac{1}{C_n}.$$

Mivel a megosztás folytán minden kondenzátornak ugyanaz a töltése, tehát a 440. ábrának megfelelően:

$$Q = CU = C_1U_1 = C_2U_2 = \dots = C_nU_n.$$

Az azonban

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n,$$

vagyis:

$$U = \frac{Q}{C}, \quad U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}, \quad \dots, \quad U_n = \frac{Q}{C_n}$$

értékek helyettesítésével:

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n}.$$

Ebből pedig egyszerűsítés után a fenti eredményt kapjuk.

A párhuzamosan és sorosan kapcsolt („vegyes” kapcsolású) kondenzátorok eredő kapacitásának meghatározását példán mutatjuk meg.

Példa

Határozzuk meg a 441. ábrán vázolt kondenzátorkapcsolás eredő kapacitását.

Megoldás

Az ab pontok között a három párhuzamosan kapcsolt kondenzátor kapacitása:

$$C_{ab} = C_1 + C_2 + C_3 = 200 \text{ pF}.$$

Ennek és a sorosan kapcsolt 100 pF kapacitású kondenzátornak az eredője adja a keresett kapacitásértéket:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_{ab}} + \frac{1}{C_4}} = \frac{C_{ab}C_4}{C_{ab} + C_4} = \frac{200 \cdot 100}{300} \text{ pF} = 66,7 \text{ pF}.$$

Feladatok

1. A kondenzátort 110 V feszültségre kapcsoljuk. Mekkora a télerősség, ha a fegyverzetek távolsága 10 mm, 1 mm, 0,01 mm? [E (V/cm) = 110, 1100, $1,1 \cdot 10^5$].
2. Mennyi töltést tárol az 500 V feszültségre kapcsolt 32 μF kapacitású kondenzátor? ($Q = 0,016 \text{ C}$.)
3. Egy kondenzátor lemezei között 0,1 mm vastag szigetelés van. Milyen feszültségen üt át a kondenzátor, ha az átütési szilárdság 8000 kV/m? ($U = 800 \text{ V}$.)
4. Mekkora a síkkondenzátor kapacitása, ha a fegyverzetek szembenálló felülete 100 cm^2 , és a dielektrikum 2 mm vastag mikánit? ($C = 0,33 \text{ nF}$.)

5. A síkkondenzátor két, 5 cm \times 5 cm felületű fegyverzete között 0,3 mm vastag üvegszigetelés van ($\epsilon_r = 7$). Határozzuk meg: a) mekkora a kondenzátor kapacitása; b) mennyi töltést tárol, ha 500 V feszültségre kapcsoljuk; c) milyen biztonsággal bírja ki ezt a feszültséget, ha az átütési szilárdság 250 kV/cm? ($C = 22 \text{ pF}$, $Q = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $b = 75$.)
6. Mekkora annak a síkkondenzátornak a kapacitása, amely 0,2 mm vastag $\epsilon_r = 6$ dielektromos állandójú, caillámlemezekkel szigetelt, 13 sztaniolemezről áll, s egy-egy lemez mérete 4 cm \times 6 cm? ($C = 7,7 \text{ nF}$.)
7. Két kondenzátor párhuzamos kapcsolásban 16 μF , soros kapcsolásban 3 μF eredő kapacitású. Milyen kapacitásúak a kondenzátorok? ($C_1 = 12 \mu\text{F}$, $C_2 = 4 \mu\text{F}$.)
8. Egy forgókondenzátor kapacitása (kezdőkapacitás) teljesen kiforgatott helyzetben 30 pF, beforgatott helyzetben (végkapacitás) 550 pF. Hogyan változik a két szélső helyzetben a kapacitás, ha a forgókondenzátorral a) párhuzamosan, b) sorosan 50 pF kapacitású kondenzátort kapcsolunk? ($C_p = 80 \dots 600 \text{ pF}$, $C_s = 10 \dots 46 \text{ pF}$.)

térerősséget létesít (*Biot—Savart-törvény*). A képletben szereplő k arányossági tényező a mértékegységek megválasztásától függő állandó. Ha a mennyiségeket MSVA mértékrendszerben adjuk meg, akkor k értéke:

$$k = \frac{1}{4\pi}$$

A törvény segítségével meghatározhatjuk a mágneses térerősség (gerjesztés) mértékegységét. Mivel I mértékegysége az amper, l és r mértékegysége a méter, tehát a *térerősség mértékegysége*:

$$[H] = \frac{A}{m}$$

CGS *mértékegysége az oersted (Oe)*. A két mértékegység közötti összefüggés:

$$1 \text{ Oe} = \frac{10^3}{4\pi} \frac{A}{m} \approx 80 \frac{A}{m}$$

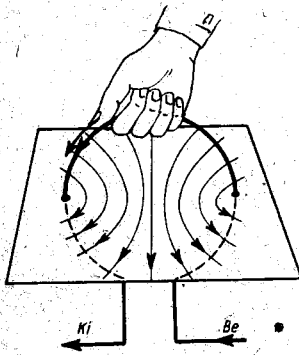
Kísérletekkel igazolható, hogy a végtelen hosszú, *egyenes vezető* körül a térerősség egyenesen arányos a vezetőben folyó (gerjesztő) áram erősségével (I) és fordítottan arányos a vezetőtől mért távolsággal (R):

$$H = 2k \frac{I}{R} = \frac{1}{2\pi} \frac{I}{R}$$

Körvezető (egyenletes tekercs) esetén a mágneses térerősség a közepén:

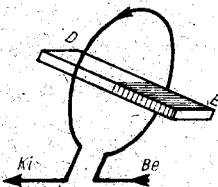
$$H = 2\pi k \frac{I}{R} = \frac{I}{2R}$$

(R a kör sugara). A térerősség irányát a már ismertetett jobbkezeszámbállal határozhatjuk meg. A 451. ábrából látható, hogy az erővonalak a körvezető belsejében a legsűrűbbek, távolabb egyre ritkulnak. Megközelítően olyan rúd-mágnesnek felel tehát meg, amelynek hossz tengelye a körvezető síkjára merőleges és a középpontba esik (452. ábra).

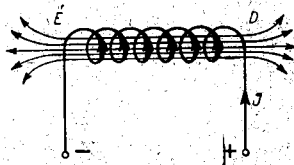


451. ábra. Körvezető mágneses erőtere

mágnesnek tekinthető, amelynek hossz tengelye egybeesik a tekercs tengelyével (453. ábra).



452. ábra. Körvezető



453. ábra. Szolenoid

Kísérletekkel igazolható, hogy a tekercs belsejében a mágneses térerősség:

$$H = \frac{IN}{l}$$

ahol I az áramerősség, N a menetszám és l a tekercs hossza.

Látható, hogy a mágneses térerősség nemcsak az áramerősségtől, hanem a menetszámtól is függ. Az áramerősség és a menetszám szorzatát (*ampermenet*) mágneses gerjesztésnek nevezzük és Θ betűvel jelöljük:

$$\Theta = IN$$

Mivel a menetszám pusztán számérték, ezért a gerjesztés mértékegysége az áramerősség mértékegységével megegyezően az amper (A).

A gyakorlatban előforduló gerjesztésértékek (ampermenet-számok): lágyvasas műszerekben kb. 100 A, mágneses jelzőgömbökben 1000 A, elektromos gépekben és transzformátorokban 10—1000 kA nagyságrendű.

Példák

1. A 200 menetes, 10 cm hosszú tekercs belsejében mekkora gerjesztő áramerősség létesít 6000 A/m térerősséget?

Megoldás

A tekercsre megadott összefüggésből a gerjesztő áram erőssége:

$$I = \frac{Hl}{N} = \frac{6000 \text{ A/m} \cdot 0,1 \text{ m}}{200} = 3 \text{ A}$$

2. Egyenáramú generátor gerjesztő tekercsén 1,1 A erősségű áram folyik és a létesített gerjesztés 880 A. Határozzuk meg a tekercs menetszámát.

Megoldás

A menetszám:

$$N = \frac{\Theta}{I} = \frac{880 \text{ A}}{1,1 \text{ A}} = 800$$

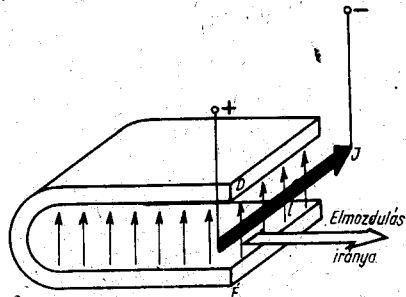
120. Áramvezető mágneses térben

A mágneses indukció. Helyezzünk el hintaszzerűen felfüggesztett l hosszúságú egyenes vezetőt permanens mágnes homogén erőterében (454. ábra). Ha az áramot bekapcsoljuk, a vezető az erővonalakra merőlegesen kimozdul. Kísérletileg igazolható:

Az elmozdulást létesítő F erő nagysága egyenesen arányos az I áramerősséggel és a vezetőnek a mágnes térbe eső l hosszával:

$$F = BIl$$

iránya pedig merőleges a mágneses erővonalakra és az áram (a vezető) irányára.

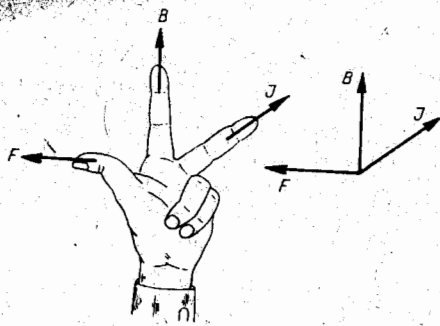


454. ábra. Áramvezető mágneses térben

A B tényező az ún. mágneses indukció, a mágneses térben levő anyagtól függő állandó. Mértékegysége a

$$B = \frac{F}{Il}$$

összefüggésből határozható meg. Mivel F mértékegysége $N = W/m = VA/m$, I mértékegysége A és l mértékegysége m,



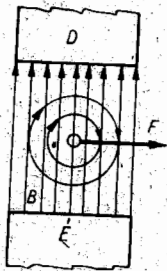
455. ábra. Balkéz-szabály

tehát B mértékegysége:

$$[B] = \frac{VAs/m}{Am} = \frac{Vs}{m^2} = T.$$

E mértékegység neve: *tesla* (jele: T). CGS mértékegysége a *gauss*. A mértékegységek közötti összefüggés:

$$1 \text{ gauss} = 10^{-4} \text{ Vs/m}^2 = 10^{-4} \text{ T}.$$



456. ábra. Áramvezető kitérése

A kitérést létesítő erő irányát az ún. *balkéz-szabállyal* gyorsan meghatározhatjuk. Ha bal kezünk három ujját egymásra merőlegesen kifeszítjük, és középső ujjunkat az áram (I), mutató ujjunkat a mágneses erővonalak (B) irányába állítjuk, akkor hüvelykujjunk az erő (F) irányát adja (455. ábra).

Sokszor jól használható módszer, ha az erővonalaképet rajzoljuk meg. A 456. ábrán az állandó mágnes erővonalait és a papírra merőleges áramvezető koncentrikus mágneses erővonalait láthatjuk.

Ha feltesszük, hogy az egyirányú erővonalak taszító, az ellenkező irányúak pedig vonzó hatást gyakorolnak egymásra, akkor a vezető balról jobb felé mozdul el. (Egyszerűen meggyőződhetünk arról, hogy ez az előbbi balkéz-szabállyal egyértelmű.)

Példák

1. Az elektromotor 40 cm átmérőjű forgórészének kerületén 400 menetes, egyenként 50 cm (hatásos) hosszúságú tekercs van, amelyben 30 A erősségű áram folyik. Határozzuk meg, mekkora erőt és forgatónyomatékot létesít 1 T mágneses indukció.

Megoldás

Mivel $B = 1 \text{ T} = 1 \text{ Vs/m}^2$, $I = 30 \text{ A}$ és $l = 400 \cdot 0,5 \text{ m} = 200 \text{ m}$, tehát az erő:

$$F = BIl = 1 \text{ Vs/m}^2 \cdot 30 \text{ A} \cdot 200 \text{ m} = 6000 \frac{VAs}{m} = 6000 \text{ N}.$$

A forgatónyomatékot az erő és az erőkar (az átmérő) szorzata adja:

$$M = Fd = 6000 \cdot 0,4 \text{ J} = 2400 \text{ J}.$$

2. $B = 0,06 \text{ T}$ mágneses indukciójú homogén térben az erővonalakra merőlegesen állandó $v = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ sebességgel mozog egy elektron. a) Milyen nagyságú és irányú erő hat az elektronra; b) milyen az elektron pályája?

Megoldás

a) Az erő nagyságát az

$$F = BIl$$

összefüggésből kiindulva határozzuk meg. Mivel az elektron töltése $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, tehát mozgásakor a megfelelő áramerősség:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{e}{t}$$

Az l vezetőhosszúságnak megfelelő út v sebesség és t idő esetén:

$$l = vt.$$

Ezeket helyettesítve, az erő:

$$F = BIl = \frac{e}{t} Bvt = Bev.$$

A megfelelő számértékekkel:

$$F = 0,06 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^7 \text{ N} = 1,92 \cdot 10^{-13} \text{ N}.$$

Az erő irányának meghatározásakor a fizikai áramirányt kell tekintetbe venni.

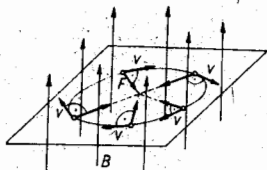
b) Az erőiránya mindig merőleges a sebesség irányára (457. ábra), vagyis az elektron az erővonalakra merőleges síkban körpályán mozog (l. egyenletes körmozgás). A körpálya sugara az

$$F = \frac{mv^2}{r} = Bev$$

összefüggés alapján meghatározható:

$$r = \frac{mv^2}{F} = \frac{mv}{Be}$$

($m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, az elektron tömege).



457. ábra. A 2. példához

Az adatok helyettesítésével:

$$r = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,9 \text{ mm}.$$

Permeabilitás. A mágneses térerősség (H) és a mágneses indukció (B) között

$$B = \mu H$$

összefüggés van. A képletben szereplő μ tényező, az ún. *mágneses permeabilitás* a gerjesztett mágneses térben lévő anyagra jellemző érték. Mértékegysége:

$$[\mu] = \frac{[B]}{[H]} = \frac{Vs/m^2}{A/m} = \frac{Vs}{Am}$$

A permeabilitás — a dielektrikus állandóhoz hasonlóan — két tényezőből áll: a légtér permeabilitásából (μ_0) és a relatív permeabilitásból (μ_r):

$$\mu = \mu_0 \mu_r.$$

A légtér — és jó közelítésben a levegő — permeabilitásának értéke:

$$\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} \frac{Vs}{Am} \approx 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

A relatív permeabilitás pusztán szám, amely megadja, hogy a H

mágneses térerősség (gerjesztés) valamely anyagban hányszor nagyobb mágneses indukciót létesít, mint légtérben.

A mágneses indukció vektorát — a térerősséggel megegyezően — az *indukcióvonalakkal* jellemezhetjük mind irány, mind nagyság szempontjából. A kettő között azonban alapvető különbség van, amelyet a mértékegységek is megmutatnak. A *H mágneses térerősség* a gerjesztésre jellemző adat, míg a *B indukció* attól függ, hogy milyen anyag van a mágneses térben.

A *mágneses fluxus*. Az indukcióvektor nagyságát az erővonalaképpen az erővonalakra merőleges felületegységen (1 m^2) áthaladó erővonalak számával (az erővonalasűrűséggel) jellemezhetjük, irányát pedig az erővonal megfelelő pontjában az érintő iránya adja.

Ha a tér homogén, akkor az indukcióvonalakra merőleges A felületen áthaladó indukcióvonalak száma az ún. *mágneses fluxus* (jele: Φ).

$$\Phi = BA.$$

Ebből az összefüggésből meghatározható a *mágneses fluxus mértékegysége*. Ui. $[B] = Vs/m^2 = T$ és $[A] = m^2$, tehát

$$[\Phi] = Vs = \text{Tm}^2 = \text{Wb}.$$

E mértékegység neve: *weber* (Wb);

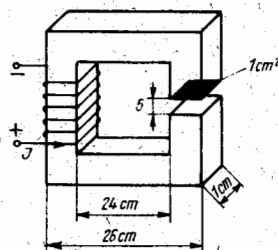
$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs}.$$

CGS mértékegysége a *maxwell* (M). A két mértékegység közötti összefüggés:

$$1 \text{ M} = 10^{-8} \text{ Wb}.$$

Példa

Dinamólemezekből összeállított négyzetes vasmag keresztmetszete $A = 1 \text{ cm}^2$, a légrés hossza $d = 5 \text{ mm}$ (458. ábra), a gerjesztő tekercs menetszáma $N = 1000$. Határozzuk meg, milyen gerjesztés



458. ábra. Vasmag légréssel

szükséges ahhoz, hogy a vasban $\Phi = 0,8 \cdot 10^{-4}$ Wb fluxust létesítsünk. A vas relatív permeabilitását $\mu_r = 4000$ értékűnek vegyük.

Megoldás

Az adatokból először meghatározzuk a mágneses indukciót:

$$B = \frac{\Phi}{F} = \frac{0,8 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{10^{-4} \text{ m}^2} = 0,8 \text{ Vs/m}^2.$$

Az ennek megfelelő mágneses térerősség a vasban a $B = \mu H$ összefüggés alapján:

$$H_v = \frac{B}{\mu} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{0,8 \text{ Vs/m}^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am} \cdot 4 \cdot 10^3} \approx 160 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Továbbá a tekercsre megadott

$$H = \frac{IN}{l}$$

összefüggés alapján a vasmag mágnesezéséhez szükséges gerjesztés:

$$\Theta_v = (IN)_v = H_v l_v \approx 160 \text{ A/m} \cdot 1 \text{ m} = 160 \text{ A}$$

(ui. a vasban az erővonalak közepes hossza: $l_v = 1$ m).

A levegőben a mágneses térerősség ($\mu_1 \approx \mu_0$):

$$H_1 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,8 \text{ Vs/m}^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}} = 637\,000 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

tehát a légrés mágnesezéséhez szükséges gerjesztés ($d = 5 \cdot 10^{-3}$ m):

$$\Theta_1 = H_1 d = (IN)_1 = 6,37 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 3185 \text{ A}$$

A szükséges gerjesztést a gerjesztések összege adja, tehát:

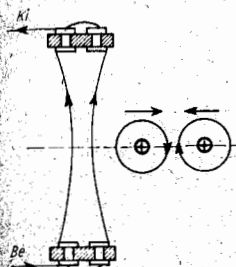
$$\Theta = IN = (IN)_v + (IN)_1 = (160 + 3185) \text{ A} = 3345 \text{ A}$$

S mivel a menetszám: $N = 1000$, tehát a szükséges gerjesztő áram-erősség:

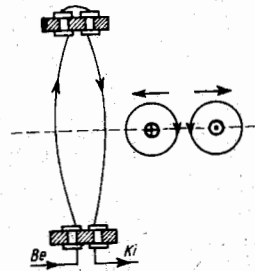
$$I = \frac{\Theta}{N} = \frac{3345}{1000} \text{ A} = 3,345 \text{ A}$$

121. Áramvezetők közötti erőhatások

Áramvezetők között erőhatás lép fel a körülöttük kialakuló mágneses terek kölcsönhatása következtében. Kísérletileg könnyen kimutatható, hogy az egyirányú, párhuzamos áramvezetők



459. ábra. Egyirányú áramvezetők



460. ábra. Ellentétes irányú áramvezetők

vonzák egymást (közöttük a két erővonalter ellentétes irányú; 459. ábra). Ha pedig az áramirány ellentétes, taszító hatás jön létre (közöttük a két erővonalter egyirányú; 460. ábra). Keresztelő áramvezetők a vonzó, ill. a taszító hatás következtében (461. ábra) párhuzamos helyzetbe fordulnak el.



461. ábra. Keresztelő áramvezetők



462. ábra. Az elektrodinamikus erő meghatározásához

Két párhuzamos áramvezető között fellépő, ún. *elektrodinamikus erőt* a következőképpen számíthatjuk ki. Legyen az egymástól R távolságban levő, végtelen hosszúságú két párhuzamos vezetékben az áramerősség I_1 és I_2 , a mágneses indukció B_1 és B_2 (462. ábra). Ekkor a vezetők l hosszúságú szakaszára ható erők egyenlők ($F_1 = F_2 = F$). Pl. a bal oldali vezetősre ható erő:

$$F = B_2 I_1 l.$$

Azonban

$$B_2 = \mu_0 H_2 = \mu_0 \frac{I_2}{2\pi R},$$

helyettesítve az erőt meghatározó egyenletbe:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \frac{l}{R}.$$

Ha a mennyiséget MSVA mértérendszerben (vagyis az áramerősségeket A-ban, a hosszúságot, ill. a távolságot m-ben) adjuk meg, akkor $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am helyettesítéssel:

$$F = 2 \cdot 10^{-7} I_1 I_2 \frac{l}{R} \text{ (N)}.$$

Ez az ún. *Ampère-törvény*, amelynek segítségével a MSVA mértérendszerben az áramerősség mértékegységét is definiáljuk. Eszerint

1 A erősségű az az áram, amely két, végtelen hosszú, egymástól 1 m távolságra levő párhuzamos vezetékben folyva, a vezetők 1 m hosszú szakaszára $2 \cdot 10^{-7}$ N (Vs/m) erőt létesít.

Most utólag érthető meg, hogyan adódott μ_0 mértékszáma és mértékegysége. Így ui. a MSVA mértérendszer mind az elektromos, mind a mechanikai mennyiségekre egységes rendszert képez.

Példa

Egy erőműben két, egymástól 10 cm távolságra levő párhuzamos gyűjtőcsín rövidzárlat következtében 40 kA erősségű áram folyik át. Mekkora a 2 m-enként felkiltott szigetelőtárcsákra ható erő?

Megoldás

Mivel $I_1 = I_2 = 4 \cdot 10^4$ A, $R = 0,1$ m és $l = 2$ m, tehát az erő:

$$F = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 4^2 \cdot 10^8 \text{ A}^2 \cdot \frac{2 \text{ m}}{0,1 \text{ m}} = 6400 \text{ N}.$$

Feladatok

- Egy szolenoid hossza 20 cm, menetszáma 100. Határozzuk meg a gerjesztést, a tekercs belsejében a térerősséget és az indukciót, ha az áramerősség 4 A. ($\Theta = 400$ A, $H = 2000$ A/m, $B = 2,5 \cdot 10^{-3}$ T.)
- A Föld mágneses térének vízszintes irányú térerőssége 2,5 A/m. Mekkora a fluxus levegőben az erővonalakra merőleges 1 m² felületen? ($\Phi = 3,14 \cdot 10^{-6}$ Wb.)
- A tekercs közepes átmérője 20 mm, a fluxus 0,005 Wb. Mekkora az indukció? ($B = 16$ T.)
- A transzformátor vasmagjában 1,4 T indukciót kell létesíteni. A vasmag keresztmetszete 400 cm², a mágneses térerősség 500 A/m. Határozzuk meg a fluxust és a permeabilitást. ($\Phi = 0,056$ Wb, $\mu = 2,8 \cdot 10^{-3}$ Vs/Am.)
- Az 500 menetes légmagos tekercs hossza 4 cm, átmérője 1 cm. Mekkora a mágneses térerősség, a gerjesztés, az indukció és a fluxus, ha a tekercsben folyó áramerősség 2 A? ($H = 2,5 \cdot 10^4$ A/m, $\Theta = 1000$ A, $B = 0,03$ T, $\Phi = 2,3 \cdot 10^{-6}$ Wb.)
- Mekkora a mágneses indukció, ha az erővonalakra merőlegesen elhelyezett 25 cm hosszú vezetősre 4 A erősségű áram hatására 2 N erő hat? ($B = 2$ T.)
- Egy zárt vasmag keresztmetszete 9 cm², az erővonalak közepes hossza 100 cm. Milyen gerjesztés szükséges, ha a fluxus $1,2 \cdot 10^{-4}$ Vs és $\mu_r = 10\,000$? ($\Theta = 10,6$ A.)
- A $0,2$ Vs/m² homogén mágneses térben az indukcióvonalakra merőlegesen haladó héliumion (tömege: $6,64 \cdot 10^{-27}$ kg, töltése: $2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) 210 cm sugarú körpályán mozog. Mekkora a sebessége? ($v = 2 \cdot 10^7$ m/s.)
- Két, egymástól 2 m távolságra levő légvezetékben $I_1 = I_2 = 500$ A erősségű áram folyik. Mekkora erő hat a vezetékek 1—1 m hosszú szakaszára? ($F = 0,025$ N.)
- Két, egymástól 0,5 m távolságra levő légvezetékben 10 A, ill. 20 A erősségű áram folyik. Határozzuk meg: a) mekkora mágneses indukció létesítenek külön-külön a vezetékek; b) számítsuk ki, mekkora erővel hat az I. vezeték a II. vezeték 1 m hosszú szakaszára; c) igazoljuk számítással, hogy a II. vezeték az I.-nek 1 m-es szakaszára ugyanekkora, de ellenkező irányú erővel hat. ($B_I = 4 \cdot 10^{-6}$ T, $B_{II} = 8 \cdot 10^{-6}$ T, $F = 8 \cdot 10^{-5}$ N.)

122. Az anyagok mágneses tulajdonságai

Megállapítottuk, hogy a mágneses térerősség (H) és az indukció (B) között

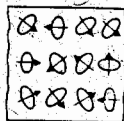
$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H$$

összefüggés van, ahol μ az anyag (abszolút) permeabilitása, μ_r a relatív permeabilitás, μ_0 pedig a légtüres tér (megközelítően a levegő) permeabilitása.

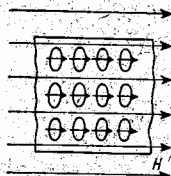
A relatív permeabilitás értéke alapján az anyagokat három csoportba osztjuk:

- diamágneses anyagok: $\mu_r < 1$;
- paramágneses anyagok: $\mu_r > 1$;
- ferromágneses anyagok: $\mu_r \gg 1$.

Az anyagok mágneses tulajdonságát nem teljesen precíz, de igen szemléletes módon a következőképpen magyarázhatjuk. Az atommag körüli héjban keringő elektronok kóráramot létesítenek, amelyek mágneses teret hoznak létre. Ha az elektronok keringési síkjai különbözők, akkor kóráramaik mágneses terei egymás hatását kiegyenlítik: az anyag mágneses hatást nem mutat (463. ábra). Ha azonban az anyag külső mágneses térbe kerül, akkor az elektronpályák síkjai egyirányúba fordulnak és mágneses terük erősíti a külső teret (464. ábra). Ha minden elektronpálya a külső térre merőleges helyzetbe kerül, az anyag tovább nem mágnesezhető (telítettség).



463. ábra. Nem mágneses anyag



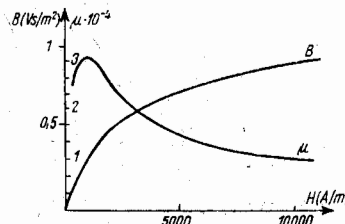
464. ábra. Mágneses anyag

560

Diamágneses anyagokban (réz, víz, üveg stb.) a külső térrel ellentétes irányú belső mágneses tér keletkezik, vagyis $\mu_r < 1$. Paramágneses anyagokban (alumínium, szilícium, stb.) a belső tér a külső teret erősíti: $\mu_r > 1$.

Ferromágneses anyagokban (vas-, kobalt-, nikkelt, és réz-mangán- stb. ötvözetek) a külső tér hatására nemcsak a kóráramok mágneses terei, hanem döntően az egyes kristálytartományok (domének) csoportokban, ugrásszerűen bekövetkező rendeződése létesíti az eredő mágneses teret. Relatív permeabilitásuk $2 \cdot 10^4 - 10^6$ is lehet. Igen lényeges még, hogy ezeknek az anyagoknak a relatív permeabilitása nem állandó, hanem a mágneses térerősségtől (indukciótól) és a megelőző mágneses állapottól függ. Bizonyos hőmérséklet fölött (pl. a vas 770 °C fölött) elvesztik ferromágneses tulajdonságukat, és $\mu_r \approx 1$ értékre csökken.

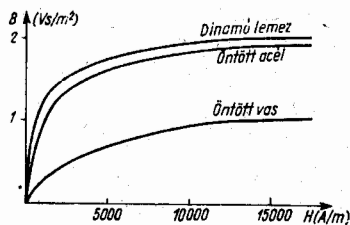
A mágnesezési görbe. Para- és diamágneses anyagokra $\mu_r \approx 1$, és állandónak tekinthető, ferromágneses anyagokra μ_r értéke H értékétől függ. A 465. ábrán az öntöttvas permeabilitását (μ) és az indukcióját (B) tüntettük fel a térerősség (H) függvényében. Látható, hogy H növekedésével μ értéke nagymértékben növekszik, majd egyre jobban csökken, annak megfelelően, hogy B értéke közel állandóvá válik ($B = \mu H$). Ez azt jelenti, hogy a mágneses tartományok (domének), ill. a kóráramok mágneses



465. ábra. Öntöttvas μ és B görbéje

36 Fizika

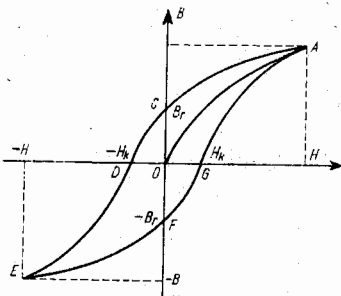
561



466. ábra. Ferromágneses anyagok mágnesezési görbéje

terei teljesen rendeződtek (telítettség). A 466. ábra különböző ferromágneses anyagok ún. mágnesezési görbéjét mutatja a térerősség (H) függvényében. Mindegyik görbére jellemző a kezdetben meredeken emelkedő, majd a megközelítően vízszintesé váló telítettségi szakasz.

Mágneses histerézis. Ábrázoljuk egy még nem mágnesezett ferromágneses anyag mágneses indukcióját (B) a térerősség (H) függvényében (467. ábra). A kapott görbe (OA) az ún. első mágnesezési görbe. Csökkentsük a gerjesztést zérusra, a kapott görbe



467. ábra. Histerézisgörbe

562

(OC) az első mágnesezési görbe fölött halad. A $H = 0$ értéknek megfelelő B_r indukció a visszamaradó, ún. remanens indukció. A gerjesztés további ellentétes irányú változásával a remanens indukció egyre csökken és bizonyos térerősség értékénél ($-H_k$) megszűnik. H_k értéke az ún. koercitív térerősségre ad felvilágosítást. A gerjesztés további (negatív irányú) növelésével az anyag ellenkező értelemben mágnesesedik és éri el a telítettséget (DE). Ha a térerősséget $-H$ értékről zérusig növeljük, az indukciógörbe emelkedik (EF). A remanens indukció (B_r) az előbbivel egyenlő nagyságú, de ellenkező értelmű. A gerjesztés további növelésével (FG és GA) a görbe a kiindulási A pontban záródik.

Az a zárt görbe vonal, amely megmutatja, hogy váltakozó nagyságú és irányú H gerjesztő térerősség esetén hogyan változik a B indukció, az ún. histerézisgörbe.

A histerézisgörbe által bezárt terület arányos a vasanyag átáramlásához szükséges energiával. A váltakozó irányú gerjesztéssel elvesző energia, az ún. histerézisvesztés hővé alakul át.

123. Az elektromágnes és alkalmazásai

Az elektromágneses lágvas magra osévelt tekercsből áll. A gerjesztő áram hatására a vas nagy permeabilitása következtében nagy indukciófluxus jön létre a

$$\Phi = BA = \mu HA$$

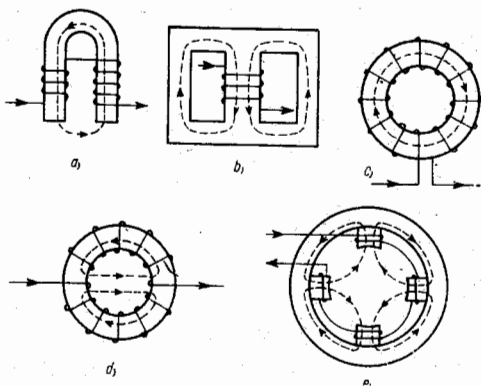
összefüggésnek megfelelően.

Az állandó (permanens) mágnessel szemben még az az előnye, hogy a mágneses indukció értéke bizonyos határok között (a mágnesezési görbe egyenes részén) a gerjesztéssel közel lineárisan változtatható, és az áram kikapcsolásával gyakorlatilag megszüntethető.

Az elektromágnesek alakja az alkalmazási célnak megfelelően igen különböző lehet. A rúd alakú elektromágnes ritkán használják, mert az erővonalak záródása levegőn át veszteséget okoz.

36*

563



468. ábra. Elektromágnesek: a) patkó; b) köpeny alakú; c) gyűrű alakú; d) pólus nélküli; e) többpólusú

Gyakoribb a patkómágnes, pl. elektromos csengőben (468a ábra), a köpeny alakú (transzformátorokban: 468b ábra), a gyűrű alakú elektromágnes, pólus nélküli vagy többpólusú kivételben (468c, d és e ábra).

Az elektromágnes által kifejtett F húzóerő egyenesen arányos a B indukció négyzetével és a mágnessarkok A hatásos felszínével. Képletben:

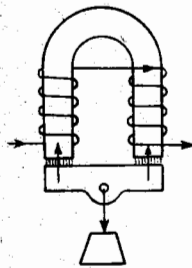
$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} A.$$

Mivel a gyakorlatban az indukció felső határa kb. 2 Vs/m^2 ($= 20\,000 \text{ gauss}$), tehát 1 m^2 hatásos felszínre eső húzóerő (teherbírás):

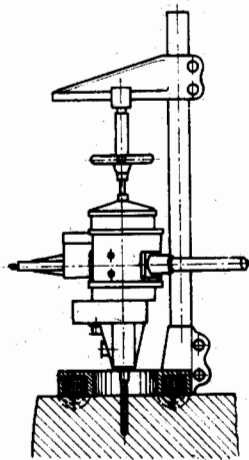
$$\frac{F}{A} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{4 (\text{Vs/m}^2)^2}{2 \cdot 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 160 \text{ N/cm}^2.$$

Az elektromágneseket általában két csoportba oszthatjuk: erő kifejtő és mozgató mágnesekre.

a) Erőkifejtő mágneseknél a vonzásnak kitett test és a mágnes között csak erőhatás van, elmozdulás nincs. Ilyen pl. a 469. ábrán látható mágnes is. Az erővonal-szóródás csökkentésére rövid, nagyfelületű mágneset alkalmaznak darura függesztve (teheremelő elektromágnes).



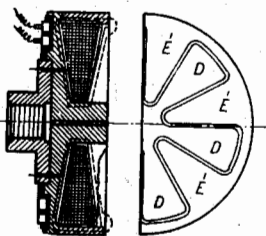
469. ábra. Teheremelő elektromágnes



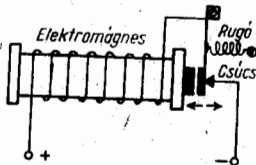
470. ábra. Mágneses asztal

A mágneses asztalt (470. ábra) és a különböző befogó, felfogó mágneseket (471. ábra) a munkadarabok rögzítésére, felfogására használják.

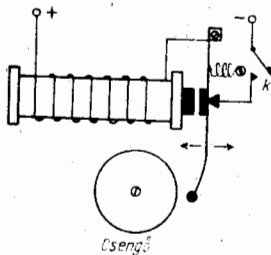
b) A mozgató mágnesek egy-egy alkatrészt mozdítanak el. Legegyszerűbb fajtája az elektromágneses szaggató (472. ábra), ill. a villanycsengő (473. ábra). A kapcsoló zárásakor a mágnes behúzza a mozgó részt. Ekkor azonban az áramkör megszakad, a mozgó részt a rugó visszarántja, és a csúcson keresztül újra zárja az áramkört.



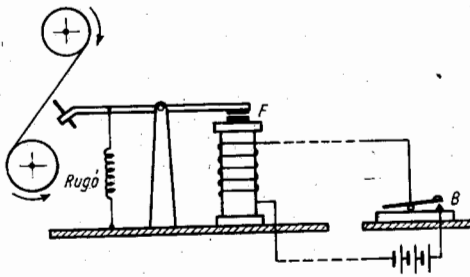
471. ábra. Felfogó elektromágnes



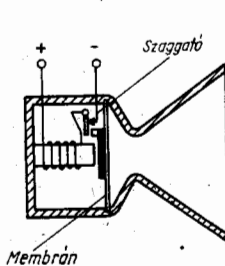
472. ábra. Elektromágneses szaggató



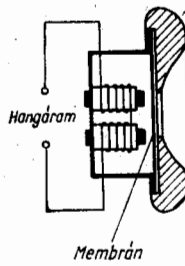
473. ábra. Villanycsengő



474. ábra. Elektromágneses táviró



475. ábra. Elektromos kürt



476. ábra. Telefonkagyló

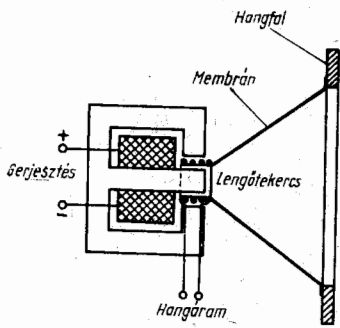
Meggyező az elektromágneses táviró működése (474. ábra). A billentyű (B) zárásakor a mágnes a fegyverzetet (F) behúzza, és a vevőállomáson a zárás idejének megfelelően pontot vagy vonást rajzol a megfelelő írószerkezetre.

Az áram mágneses hatása működteti az elektromos kürtöt (475. ábra); a telefonkagyló (476. ábra), a hangszóró (477. ábra) rezgő lemezt (membránját) a hangáram ütemében változó mágneses erőhatás mozgatja.

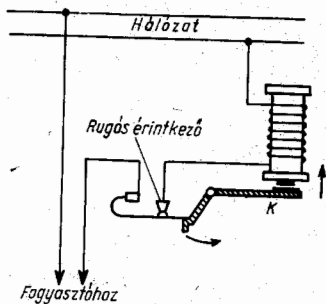
Az elektromágneses túláram-biztosító olyan elektromágnes (478. ábra), amely a megengedettnél nagyobb áramerősség ese-

tén behúzza a K kart, és ezáltal az áramkört a rugós érintkezőnél megszakítja. A kar visszaállításakor az áramkör ismét záródik.

A különböző jelfogók, relék a távbeszélő technikában, önműködő, távvezérléses berendezésekben, közvetlenül vagy közvetve áramköröket zárnak vagy megszakítanak (479. ábra). Lényeges részük az elektromágnessel mozgatott vaslemez, a horgony.

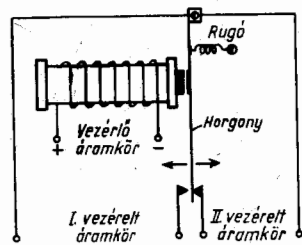


477. ábra. Hangszóró

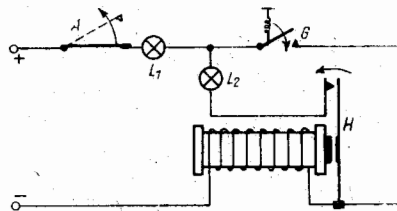


478. ábra. Túláram-biztosító

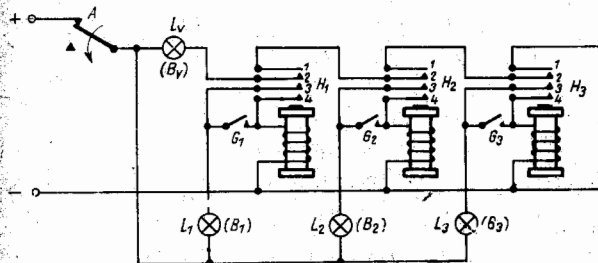
Egyszerű jelfogóval működik pl. az autóbussen a leszállás-jelző berendezés (480. ábra). Az ajtónál levő rugós pillanatkapcsoló gomb (G) lenyomásakor az elektromágnesen át áram folyik, a jelfogó horgonyát (H) behúzza, s bekapcsolja az ajtó



479. ábra. Jelfogó



480. ábra. Leszállásjelző berendezés



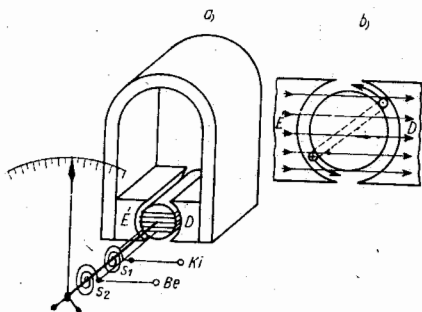
481. ábra. Multiáramjelző berendezés

fölötti (L_1) és a vezetónél levő (L_2) jelzőlámpákat. Az ajtó (A) kinyílásakor az áramkör megszakad, és a jelfogó elenged.

A villamoskocsikon levő indításjelző berendezés kapcsolási elvét mutatja a 481. ábra. A G_1, G_2, G_3 rugós pillanatkapcsoló gombok lenyomásakor a négy horgonyból álló megfelelő jelfogó (H) behúzza, és kapcsolja egy-egy kocsijelzőlámpáját (L) és berregőjét (B). A kapcsolási rajzból látható, hogy a vezetónél levő jelzőlámpa (L_v) csak akkor kap áramot, ha mindhárom jelfogó behúzott állapotban van. Ha az ajtó (A) becsukódik, az áramkör megszakad, és a jelfogók elengednek.

124. Mágneses mérőműszerek

A forgótekercses műszerben erős mágnespatkó sarkai között, rögzített tengely körül forgatható tekercs van (482. ábra). A tekercsbe vezetett áram mágneses tere és a permanens mágnes mágnestere között fellépő erő hatására a tekercs elfordul (483. ábra). Ezzel az erővel tart egyensúlyt — az áram be- és kivezetésére is szolgáló — két spirálrugó (S). Skála-beosztása egyen-



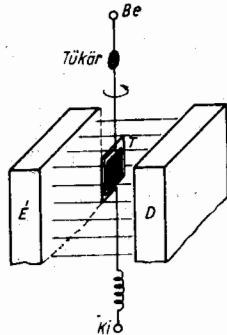
482. ábra. Forgótekercses műszer

letes, vagyis az elfordulási szög az áramerősséggel arányos. Egyenirányítóval váltakozóáram mérésére is alkalmas.

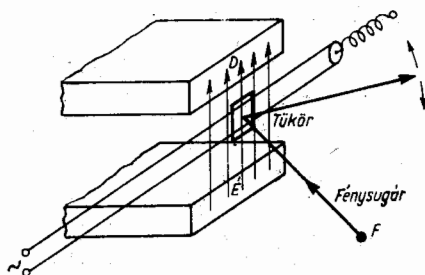
Teljesen megegyezően működik a lengőtekercses tükrös galvanométer. A tekercs (T) azonban igen vékony torziószálon függ (483. ábra). A ráerősített tükrő segítségével 10^{-7} mA nagyságrendű áramerősség is mérhető.

Az elektromágneses oszcillográfban (484. ábra) a mágnessarkok között két vékony, kifeszített fémszál vagy fémhurok mozog. A fémszálakban az áramirány elmentés, tehát a mágneserő hatására ellentétes irányban mozdulnak el, miközben a felerősített tükröt elforgatják. Mivel a forgó rendszer tehetetlensége kicsi, kisfrekvenciájú váltakozóáramok kimutatására is alkalmas.

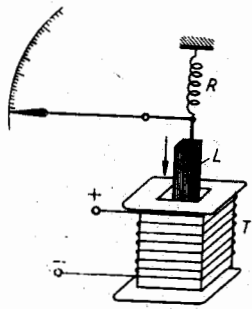
A lágyvasas műszerben az áramot egy tekercsbe (T) vezetik. A keletkező mágneses tér a tekercsben mozgathatóan elhelyezett



483. ábra. Lengőtekercses tükrös galvanométer



484. ábra. Elektromágneses oszcillográf



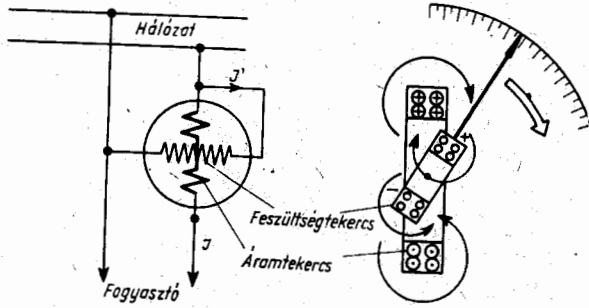
485. ábra. Lágyvasas műszer

lágvasat (L) felmágnesezi és behúzza (485. ábra). A mágneses vonzóerőt rugóval (R) egyensúlyozzák ki. Hátránya, hogy skálabeosztása nem egyenletes, és érzékenysége, pontossága jóval kisebb, mint a forgótekercses műszereké. Előnye az egyszerű, nem kényes szerkezet, s méginkább az, hogy egyen- és váltakozó-áram mérésére közvetlenül is alkalmas.

Az **elektrodinamikus műszereket** elsősorban teljesítmény mérésére használják. Két tekercsből állnak (486. ábra). Az egyik, a fogyasztóval sorbakapcsolt vasmagos állótekercs („áramtekercs”) mágnesere az áramerősséggel (I) arányos:

$$B = k_1 I.$$

Az állótekercs mágneserében forgatható tekercs („feszültség-



486. ábra. Elektrodinamikus műszer

(tekercs”) a fogyasztóhoz párhuzamosan kapcsolódik. A rajta átfolyó áramerősség a fogyasztó sarkai közötti feszültséggel (U) arányos:

$$I' = k_2 U.$$

A két tekercs egymásra gyakorolt erőhatása (forgatónyomaték) az áramtekercs által létesített indukcióval (B) és a feszültségtekercsben folyó áramerősséggel (I') arányos:

$$F = k_3 B I' = k_3 k_1 I k_2 U = k_1 k_2 k_3 U I = c U I.$$

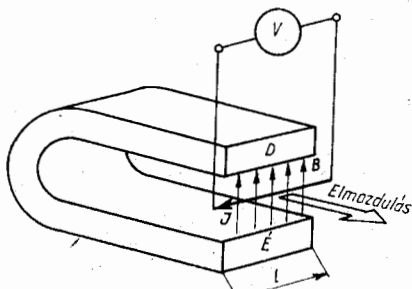
És ezért az erő (nyomaték) az áram teljesítményével arányos.

E műszerek váltakozóáramra közvetlenül is használhatók. Ellentétes áram esetén ui. mindkét tekercsben egyszerre változik meg az áram iránya, tehát az erőhatás az áramiránytól független.

F) ELEKTROMÁGNESES INDUKCIÓ

125. Az indukált feszültség

Ha mágneses térben vezetőt mozgatunk oly módon, hogy erővonalakat messen, akkor a bekapcsolt műszer feszültséget (ill. zárt körben áramot) jelez (487. ábra). A jelenséget **elektromágneses indukciónak** (mozgási indukciónak), a létrejött feszültséget (ill. áramot) **indukált feszültségnek** (áramnak) nevezzük.

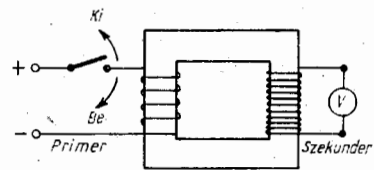


487. ábra. Mozgási indukció

Kísérletileg egyszerűen igazolható, hogy feszültség indukálódik akkor is, ha nem a vezető, hanem a mágnes mozog. A lényeges tehát, hogy a vezető és a mágneses tér viszonylagos elmozdulásakor **erővonalmetszés** jöjjön létre.

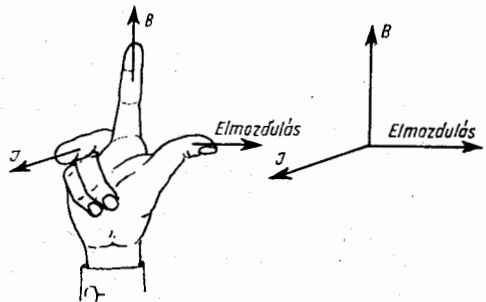
Kísérletileg egyszerűen igazolható, hogy feszültség indukálódik akkor is, ha nem a vezető, hanem a mágnes mozog. A lényeges tehát, hogy a vezető és a mágneses tér viszonylagos elmozdulásakor erővonalmetszés jöjjön létre.

Kapcsoljunk két tekercset közös vasmagra (488. ábra). Ha a primer tekercsben az áramerősséget (a gerjesztést) az áramforrás megszüntetjük és bekapcsolásával vagy ellenállás közbeiktatásával megváltoztatjuk, a szekunder tekercs körébe kapcsolt műszer feszültséget jelez. Az indukált feszültséget a szekunder tekercsben a **mágneses fluxus változása** létesítette. (Lényegében ez — mint később látjuk — a transzformátorok működési elvének alapja.)



488. ábra. Nyugalmi indukció

Az indukciónak ezt a fajtáját — az előbbi mozgási indukcióval ellentétben — **nyugalmi indukciónak** is nevezhetjük. Összefoglalva:

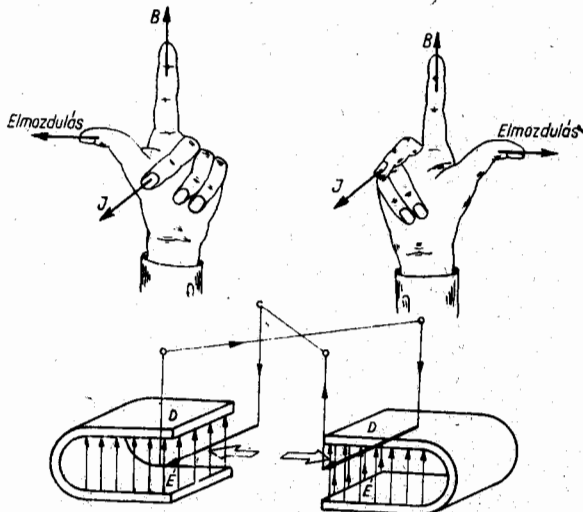


489. ábra. Jobbkéz-szabály

A vezetőben feszültség indukálódik, ha erővonalmetszés jön létre, vagy a vezető által körülzárt mágneses fluxus megváltozik.

Az indukált feszültség (áram) irányát legegyszerűbben a jobbkez-szabállyal állapíthatjuk meg. Eszerint, ha jobb kezünk három ujját egymásra merőlegesen kifeszítjük, akkor a hüvelykujj a vezető mozgási irányát, a mutatóujj a mágneses erővonalak (indukcióvonalak) irányát, a középső ujj az indukált feszültség (áram) irányát jelzi (489. ábra).

Lenz törvénye. Az indukált áram és az indukciót létesítő változás közötti összefüggést két egyszerű kísérlettel mutatjuk ki.



490. ábra. Lenz törvényéhez

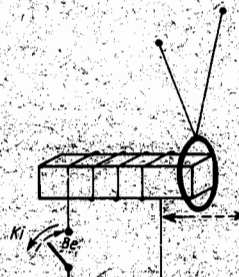
Ha a 490. ábrán vázolt összeállításban a hirtelen felfüggesztett jobb oldali vezetőt a vastag nyíl irányában kimozdítjuk, akkor a bal oldali vezető is kimozdul, de ellenkező irányban. A jobb oldali vezetőben az erővonalmetszéssel keltett indukált áram átfolyt a bal oldalán és azt az

$$F = BI l$$

összefüggésnek megfelelő erővel kimozdította. (Az irányokat jól szemlélteti a jobb-, ill. a balkez-szabály.) Ezek szerint:

Az indukált áramot létesítő mozgás iránya és az áram hatására bekövetkező elmozdulás iránya ellentétes.

A másik kísérletben (491. ábra) a vasmagra ráhúzott, ingaszertien felfüggesztett alumínium gyűrűt a primer áramkör zárásakor kifelé, megszakításakor pedig befelé mozdul el. A kísérlet magyarázatának alapelve az, hogy az ellentétes irányú áramok taszítják, az egyirányúak vonzzák egymást. Eszerint a primer kör zárásakor a primer árammal ellentétes irányú, megszakításakor pedig megegyező irányú áram indukálódott a gyűrűben. Vagyis a fluxus növekedésekor az indukált áram mágneses tere ellentétes, a fluxus csökkenésekor pedig megegyező irányú.



491. ábra. Lenz törvényéhez

A kísérletek alapján megfogalmazhatjuk Lenz törvényét.

Az indukált áram olyan irányú, hogy mágneses hatással akadályozza az indukciót létesítő változást.

A törvény lényegében az energiamegmaradás törvényének következménye.

A 490. ábrán vázolt kísérlet igen egyszerűen megadja az elektromos gépek működési elvét.

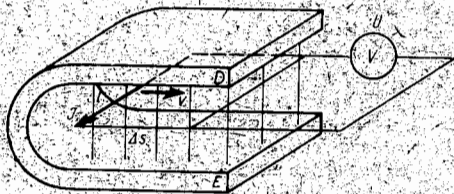
Generátor-elv. Ha a vezető mágneses erővonalakat metszve benne feszültség indukálódik. A mechanikai energia elektromos energiává alakul át (jobbkez-szabály).

Motor-elv. Ha mágneses térben levő vezetőben áram folyik, a vezető elmozdul. Az elektromos energia mechanikai energiává alakul át (balkez-szabály).

126. Az indukált feszültség nagysága

Kísérletileg igazolható, hogy az indukált feszültség függ a mágneses indukciótól, a vezető hosszától és a metszési sebességtől. Az összefüggést a következőképpen határozzuk meg.

B indukciójú homogén mágneses térben mozgassunk l hosszúságú vezetőt az erővonalakra merőleges irányban, egyenletes $v = \Delta s / \Delta t$ sebességgel (492. ábra). Ha a vezetőben U fe-



492. ábra. Az indukált feszültség meghatározása

szültség indukálódik, akkor a zárt áramkörben Δt idő alatt I áramerősség esetén

$$L = UI \Delta t$$

elektromos energia keletkezett.

Az áramvezető mozgásakor azonban Lenz törvényének megfelelően állandó

$$F = BI l$$

erőket kell legyőzni, tehát a Δs úton végzett mechanikai munka:

$$L = F \Delta s = BI l \Delta s.$$

Az energia megmaradásának törvénye alapján azonban a mechanikai munka átalakult elektromos energiává, vagyis

$$UI \Delta t = BI l \Delta s.$$

Innen az indukált feszültség:

$$U = \frac{BI \Delta s}{\Delta t}$$

ill. $\Delta s / \Delta t = v$ helyettesítéssel

$$U = Blv.$$

Az indukált feszültség egyenesen arányos az indukcióval, a vezető (hajtós) hosszával és a vezetőnek az indukcióvonalakra merőleges mozgási sebességével (Neumann-törvény).

A fenti képletet más alakban is felírhatjuk. Mivel a vezető által körülhatárolt terület Δt idő alatt $A = l \Delta s$ értékkel változik, tehát a mágneses fluxus változása:

$$\Delta \Phi = BA = Bl \Delta s.$$

Eszerint

$$U = Blv = \frac{Bl \Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

tehát

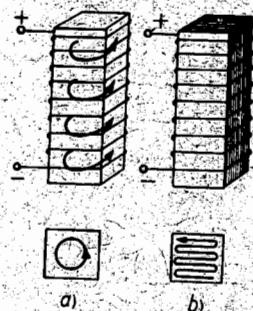
$$U = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Ha az l hosszúságú vezető helyett N menetszámú tekercset veszünk, akkor az indukált feszültség a menetszámmal arányosan nő, vagyis

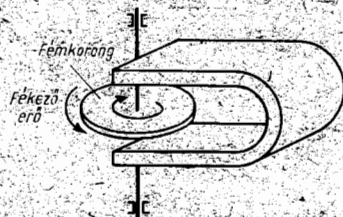
$$U = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

Az indukált feszültség egyenesen arányos a vezető által körülzárt fluxus változásával és fordítottan arányos a változás idejével (Faraday-indukciótörvénye).

Örvényáramok. Ha tömör (kis ellenállású) vezető mágneses erővonalakat metsz, vagy a rajta áthaladó mágneses fluxus megváltozik, benne nagy áramerősség indukálódhat. Az így keletkező áramot **örvényáramnak** (*Foucault-áramnak*) nevezük. Az elnevezés onnan adódik, hogy a tömör vezetőben az áram örvényszerűen kör alakban kering a tekercs menetei által meghatározott síkban a gerjesztő árral ellentétes irányban (493a ábra). A fejlődő hő felmelegíti a vezetőt, és káros veszteségeket okoz (vasvesztés). Az örvényáramok erősségének csökkentésére pl. az elektromos gépek, transzformátorok vasmagját nem tömör anyagból, hanem nagy ellenállású, egymástól szigetelt lemezekből, huzalkötegekből készítik (493b ábra). Ha az átmágnesezés váltakozása igen nagy (hangfrekvenciás, nagyfrekvenciás áramok esetén), speciális vasmagot, ún. porvasmagot (szigetelőanyagban finoman elosztott vasszemcsék) használnak.



493. ábra. Örvényáramok



494. ábra. Forgó körong mágneses térben

Az örvényáramok fékező hatását mérőműszerek lengésének csillapítására, elektromos fogyasztásmérők fékezésére használják fel (494. ábra); a hőhatását pedig indukciós olvasztókemencékben hasznosítják.

Példa

A zárt vasmagon levő primer tekercs hossza 20 cm, átmérője 2 cm, menetszáma 200. Határozzuk meg, mekkora feszültség indukálódik az 1000 menetes szekunder tekercsben, ha a primer áram: a) a bekapcsolás után 0,6 s múlva egyenletesen 10 A-ra növekszik; b) kikapcsolás után 0,001 s alatt egyenletesen zérusra csökken? A vasmag relatív permeabilitása 200.

Megoldás

a) Bekapcsolás után a mágneses fluxus változása:

$$\Delta\Phi = \Delta AB = A\mu\Delta H = A\mu_0\mu_r \frac{\Delta IN_1}{l}$$

Mivel $A = d^2\pi/4 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, és

$$\mu = \mu_0\mu_r = 1,257 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \text{ Vs/Am} \approx 2,51 \cdot 10^{-4} \text{ Vs/Am},$$

tehát

$$\Delta\Phi = 3,14 \cdot 10^{-4} \cdot 2,51 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{10 \cdot 200}{0,2} \text{ Vs} = 7,9 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}.$$

Az indukált szekunder feszültség nagysága pedig:

$$U_2 = N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 1000 \cdot \frac{7,9 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{0,6 \text{ s}} \approx 1,32 \text{ V}.$$

b) Kikapcsolás után a fluxusváltozás ugyanaz, de a szekunder feszültség a rövidebb változási időnek megfelelően:

$$U_2 = N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 1000 \cdot \frac{7,9 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}{0,001 \text{ s}} = 790 \text{ V},$$

vagyis hatszázszor nagyobb!

127. Önindukció

Ha a tekercsben (vezetőben) folyó áram erőssége megváltozik (pl. ki- vagy bekapcsoláskor), akkor az általa körülhatárolt területen a mágneses fluxus is megváltozik, és önmagában a tekercsben indukálódik feszültség. A keletkező feszültséget **önindukciós feszültségnek**, a jelenséget pedig **önindukciónak** nevezzük.

Az önindukciós feszültség (U_L) Faraday törvénye szerint a

mágneses fluxusváltozással egyenesen, a változás idejével fordítottan arányos:

$$U_L = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Azonban a fluxusváltozás is arányos az áramerősség-változással, ui.

$$\Phi = BA = \mu HA = \mu \frac{IN}{l} A = kI,$$

tehát

$$U_L = Nk \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{\mu N^2 A}{l} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = L \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

vagyis

$$U_L = L \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (L = \frac{\mu N^2 A}{l})$$

Az önindukciós feszültség egyenesen arányos az áramerősség 1 s alatti változásával.

Az L arányossági tényező az ún. **önindukciós tényező**, mely a tekercs (vezető) méreteitől, alakjától és a mágneses permeabilitástól függ. Mértékegysége a **henry** (jele: H), amely az

$$L = \frac{U\Delta t}{\Delta I}$$

összefüggés alapján

$$1 \text{ henry (H)} = \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$$

Eszerint

1 H annak a tekercsnek (vezetőnek) az önindukciós tényezője, amelyben 1 s alatt 1 A egyenletes áramerősség-változás 1 V feszültséget indukál.

A gyakorlatban inkább a kisebb mértékegységeit használják:

$$1 \text{ mH (millihenry)} = 10^{-3} \text{ H},$$

$$1 \text{ }\mu\text{H (mikrohenry)} = 10^{-6} \text{ H}.$$

Példa

a) Számítsuk ki a 10 cm hosszú, 20 mm átmérőjű 190 menetes tekercs önindukcióját, ha vasmagjának relatív permeabilitását 5000-nek vesszük. b) Mekkora feszültség indukálódik a sarkai között, ha 1 s, ill. 0,02 s alatt az áramerősség-változás 2 A?

Megoldás

a) Mivel a tekercs keresztmetszete:

$$A = d^2\pi/4 = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

permeabilitása:

$$\mu = \mu_0\mu_r = 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 5000 \text{ Vs/Am} = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ Vs/Am},$$

tehát önindukciós tényezője:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l} = \frac{6,28 \cdot 10^{-3} \cdot 190^2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-4}}{0,1} \text{ H} \approx 0,2 \text{ H}.$$

b) Ha $\Delta t = 1 \text{ s}$, akkor az önindukciós feszültség:

$$U = L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 0,2 \cdot \frac{2}{1} \text{ V} = 0,48 \text{ V}.$$

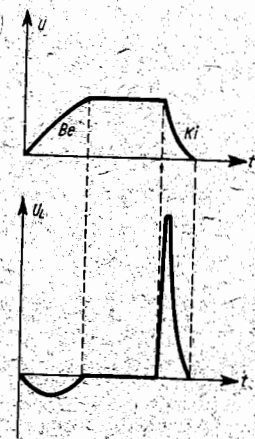
Ha $\Delta t = 0,02 \text{ s}$, akkor pedig

$$U = 0,2 \cdot \frac{2}{0,02} = 24 \text{ V}.$$

Az önindukciós feszültség (U_L) Lenz törvénye szerint az áramerősség növekedésekor (bekapcsoláskor) az áramforrás feszültségét (U) csökkenti, ezért bizonyos idővel később éri el az Ohm törvénye szerint számított értéket, az áramerősség csökkenésekor (kikapcsoláskor) viszont az eredeti feszültséget növeli (495. ábra). Mindezt kísérletileg is igazolhatjuk.

Kapcsoljunk vasmagos tekercshez a 496. ábra szerint két izzólámpát. Az áramforrás bekapcsolásakor az L_1 izzó azonnal, míg a tekercsrel sorbakapcsolt L_2 izzó csak bizonyos időközökkel világít teljes fényerővel. Ha a vasmagot zárjuk, még nagyobb időközést figyelhetünk meg.

Az áramkör megszakításakor nagy önindukciós feszültség keletkezik. Ezt a 497. ábrán vázolt vasmagos tekercs és egy

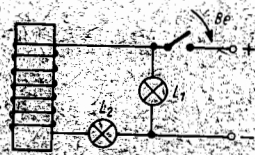


495. ábra: U és U_L változása

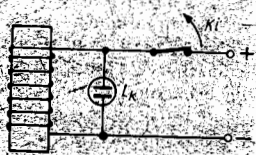
60–110 V gyújtófeszültségű ködfénylámpa (L_k) segítségével mutathatjuk ki. A kisceszültségű (4...6 V) áramforrás bekapcsolásakor a lámpa nem ég, mert a lámpa gyújtófeszültségénél. Kikapcsolásakor azonban az önindukált feszültség eléri a gyújtófeszültséget, és a lámpa felvillan.

Elektromos berendezések kikapcsolásakor keletkező szikra (tv) főleg a nagyfeszültségű berendezésekben okozhat zavarokat. Ez ellen különböző megoldással védekeznek (pl. olajpneumatikus kapcsolók stb.) A 498. ábrán látható berendezésben az áramkör megszakításakor a tekercset a kapcsoló alsó ága egy ellenálláson át zárja.

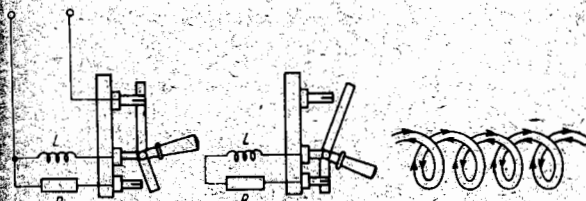
Önindukciótelen tekercseket (pl. mérőműszerekben) úgy készítenek, hogy a vezetőt közepén összefoják és kettősen (bifilárisan) tekercselik (499. ábra). A vezetőben ellentétes irányban folyó áramok mágneses terei egymást lerontják, és ezáltal önindukciója gyakorlatilag nincsen.



496. ábra: Zárási önindukció



497. ábra: Szakítási önindukció

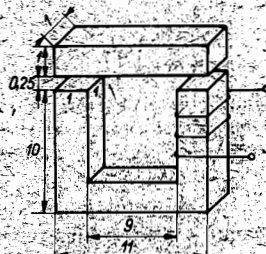


498. ábra: Kapcsoló

499. ábra: Kettős (bifiláris) tekercselés

Feladatok

1. Mekkora feszültség indukálódik a 10 cm hosszú vezető végei között, ha a $2 \cdot 10^6$ gauss-homogén mágneses térben az indukciós vonalakat 45° , 60° , 90° -os szög alatt 4 m/s sebességgel metszi? ($U = 5,65$ V, $6,9$ V, 8 V.)
2. A 300 menetű tekercsben $0,1$ s alatti fluxusváltozás 12 V feszültséget indukál. Mekkora a fluxusváltozás? ($\Delta\Phi = 4 \cdot 10^{-2}$ Vs.)
3. A 20 cm hosszú, 2 cm átmérőjű, 1000 menetű szolenoidnak a) mekkora az önindukációs tényezője; b) mekkora feszültség indukálódik, ha $0,2$ s alatt az áram erőssége 7 A-ról 1 A-re csökken? ($L \approx 2$ mH; $U_L = 60$ mV.)
4. Az 500. ábrán vázolt vasmagos tekercsben a 4 A erősségű áram a lóg. részben 10^4 gauss-mágneses indukciót létesít. Határozzuk meg a mágneses térerősséget és a tekercs menetszámát. ($H_0 \approx 8 \cdot 10^3$ A/m; $N = 1000$.)

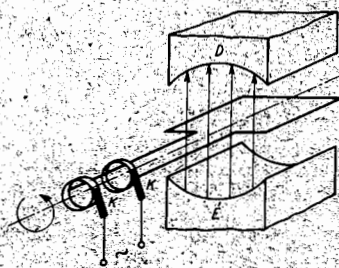


500. ábra: A 4. feladathoz

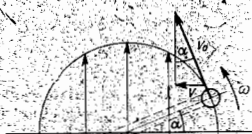
G) VÁLTAKOZÓÁRAMOK

128. A váltakozóáram

Homogén mágneses térben forgassunk egyenletesen egy vezetőkeretet (501. ábra); a keret végeihez kapcsolt csúszógyűrűkről a kefék (K) segítségével periódikusan váltakozó irányú és nagyságú feszültség, ill. zárt körben áram vehető le.



501. ábra: Váltakozóáram előállítása



502. ábra: A forgási sebesség összetevői

A feszültség pillanatnyi értékét a következőképpen határozhatjuk meg. Neumann törvénye szerint a homogén mágneses térben (B) egyenletes sebességgel (v) mozgatott, adott hosszúságú (l) vezetőben indukált feszültség:

$$U = Blv.$$

Ebben az összefüggésben v a sebességnek az erővonalakra merőleges összetevője, l pedig a vezetőnek az erővonalakat metsző hossza.

Ha a vezető állandó ω szögsebességgel forog, akkor a keret első pontjainak v_0 kerületi sebessége állandó nagyságú, de változó irányú. Legyen a keretnek az erővonalakra merőleges helyzetű (semleges helyzet) mért szögelfordulása $\alpha = \omega t$, akkor a sebességnek az erővonalakra merőleges összetevője (502. ábra):

$$v = v_0 \sin \alpha.$$

tehát az indukált feszültség pillanatnyi értéke (u):

$$u = Blv_0 \sin \alpha.$$

A legnagyobb feszültség (U_0) akkor indukálódik, ha $\alpha = \pi/2$, tehát ebben a helyzetben a vezető az indukciós vonalakat merőlegesen metszi. Ebben az esetben ($\sin \pi/2 = 1$):

$$U_0 = Blv_0.$$

Vagyis az indukált feszültség ($\alpha = \omega t$):

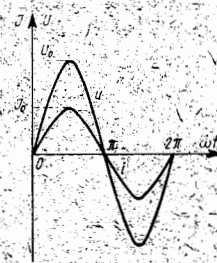
$$u = U_0 \sin \omega t,$$

ill. ohmos ellenálláson át zárt körben a pillanatnyi áramerősség (i):

$$i = I_0 \sin \omega t.$$

Homogén mágneses indukciójú térben egyenletesen forgó vezetőben az indukált feszültség, ill. az áramerősség az idő (a szögelfordulás) szinuszával arányos.

Ha a feszültséget, ill. az áramerősséget az idő függvényében ábrázoljuk, akkor a kapott szinuszcörbe a keletkező váltakozóáram lefolyását mutatja (503. ábra).



503. ábra: A váltakozóáram időbeli lefolyása

129. A váltakozóáram alapfogalmai

Körfrekvencia. A váltakozóáram feszültségének, ill. erősségének egy teljes rezgéséideje a *periódus* (T), a másodpercenkénti periódusok száma a *frekvencia* (jele: f) határozza meg. A forgó mozgásra jellemző szögsebességnek a váltakozóáram *körfrekvenciája* felel meg (jele: ω).

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f.$$

A frekvencia és a körfrekvencia mértékegysége a hertz (jele: Hz), ill. a ciklus/s (jele: c/s):

$$[f] = [\omega] = \text{Hz} = \text{c/s} = 1/\text{s}.$$

A világitásra, erőátvitelre használt váltakozóáram frekvenciája nálunk és általában Európában 50 Hz, Amerikában 60 Hz. A híradástechnikában használatos hangfrekvencia-sáv 16 000 Hz, a nagy- vagy rádiófrekvencia-sáv 100 kHz-tól 10⁶ kHz-ig terjed.

Effektív érték. A váltakozóáramú műszerek az áram, ill. a feszültség négyzetes középértékét, az ún. *effektív értéket* mérik.

A váltakozóáram effektív értéke annak az egyenáramnak az értéke, amelynek ugyanazon az ellenálláson a teljesítménye megegyezik a váltakozóáram teljesítményével.

Értéke számítások szerint:

$$U_{\text{eff}} = U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0,707U_0.$$

$$I_{\text{eff}} = I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707I_0.$$

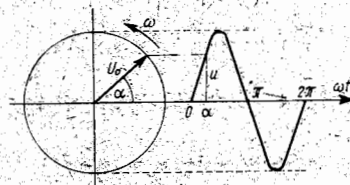
Ha pl. a hálózati váltakozóáram feszültségének effektív értéke $U = 220 \text{ V}$, akkor csúcsértéke:

$$U_0 = \sqrt{2}U = 1,41 \cdot 220 \text{ V} = 310 \text{ V}.$$

588

A *vektori ábrázolás* egyszerű, jól áttekinthető képet ad a váltakozóáram feszültség-, áramerősség- és fázisviszonyairól. Rajzoljuk fel pl. a csúcsfeszültség (U_0) értékével arányos távolságot a koordináta-rendszer kezdőpontjából (504. ábra). Ha ez a feszültségvektor a síkban pozitív irányban egyenletes ω szögsebességgel forog, akkor függőleges vetülete,

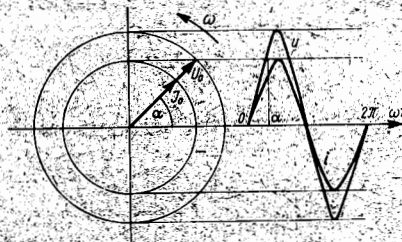
$$u = U_0 \sin \omega t$$



504. ábra. Vektori ábrázolás

megadja a feszültség pillanatnyi értékét a t időben. (Az ábrákon feltüntetettük a megfelelő grafikon is az idő függvényében.)

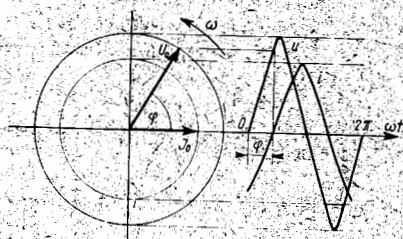
Az 505. ábrán egy grafikonon ábrázoltuk a feszültség és az áramerősség vektorát, ill. a megfelelő görbéket, ha közöttük



505. ábra. Az i és u fázisban van.

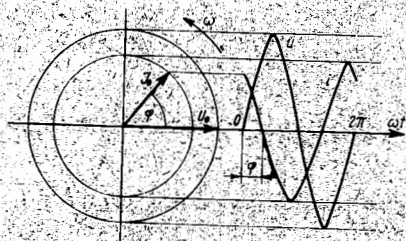
589

nincs fáziskülönbség, vagy más szóval, ha a feszültség és az áramerősség fázisban van. Az 506. ábrán az áramerősség φ fázisszöggel késik, ill. az 507. ábrán φ szöggel siet a feszültséghez képest.



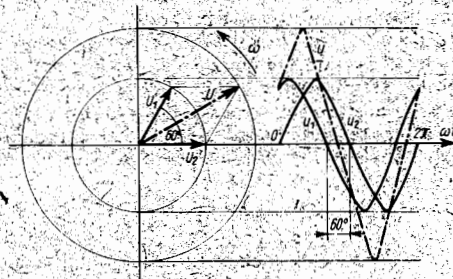
506. ábra. Az i késik az u -hoz képest

A vektori ábrázolás nemcsak különböző, hanem egyfajta elektromos mennyiségek közötti összefüggések ábrázolására is alkalmas. Az 508. ábrán pl. két, egymáshoz képest 60°-os fáziskülönbségű feszültségvektor eredőjét paralelogramma-módszerrel megszerkesztjük, ill. ennek segítségével megrajzolhatjuk az eredő időgrafikonját.



507. ábra. Az i siet u -hoz képest

A *váltakozóáram hatása*. A váltakozóáram hőhatása és elektrodinamikai hatása az egyenárammal megegyező, mert mind a vezető felmelegedése, mind az áramot vivő két vezető kölcsönhatása független az áram irányától.



508. ábra. Fázisban elfolt feszültségvektorok

A váltakozóáram az elektrolitokban vegyi átalakulást nem okoz, mert a pólusok gyors feszültségváltakozásának ütemét az elektrolitban levő ionok nem tudják követni.

Mágneses hatása — az áram változásának megfelelően — változó inductív.

130. Ellenállások a váltakozóáramú áramkörben

a) *Ohmos ellenállás.* Ha az

$$u = U_0 \sin \omega t$$

feszültségű váltakozóáramú áramkörben csak R ohmos (hatásos) ellenállás van (509. ábra), akkor *Ohm* törvénye alapján az áramerősség pillanatnyi értéke:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_0}{R} \sin \omega t.$$



509. ábra. Ohmos ellenállás

590

591

Legyen $U_0/R = I_0$ az áramerősség legnagyobb (csúcs-) értéke, akkor

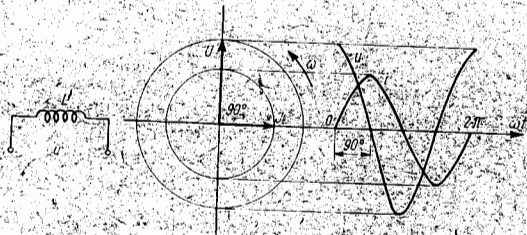
$$i = I_0 \sin \omega t.$$

Eszerint az áramerősség az időnek szinusz függvénye, és a feszültséggel fázisban van (1. az 505. ábrán).

b) **Induktív ellenállás.** Kísérletileg igazolható, hogy a váltakozóáramú körbe kapcsolt önindukciós tekercs kettős hatású. Megnöveli az áramkör ellenállását (látszólagos ellenállás), és késlelteti az áramerősséget a feszültséghez képest.

Legyen a tekercs önindukciós tényezője L , és az áram körfrekvenciája ω , akkor a mérések szerint a tekercs ún. **induktív ellenállása** (az ohmos ellenállást elhanyagolva):

$$X_L = \omega L = 2\pi fL.$$



510. ábra. Induktív ellenállás

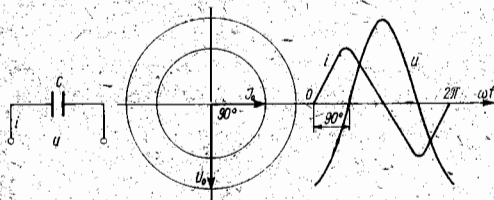
A fáziseltérés szöge: $\varphi \approx 90^\circ$ (510. ábra). Látható, hogy az áramforrás feszültségével egyensúlyt tartó u görbe az

$$u = L \frac{di}{dt}$$

összefüggésnek megfelelően ott a legmagasabb, ahol az i változása a legnagyobb, s ott zérus, ahol az áramerősségnek csúcsértéke van (ahol legkisebb a változás).

592

c) **Kapacitív ellenállás.** A kísérletek alapján igazolható, hogy a váltakozóáramú körbe kapcsolt kondenzátor hatása kettős. Megnöveli az áramkör ellenállását (látszólagos ellenállás), és az áramerősséget a feszültséghez képest sietteti.



511. ábra. Kapacitív ellenállás

Legyen a kondenzátor kapacitása C , az áram körfrekvenciája ω , akkor az ún. **kapacitív ellenállás** (jele: X_C):

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$$

Ha az ohmos ellenállást elhanyagoljuk, akkor a fáziseltérés szöge $\varphi \approx 90^\circ$ (511. ábra).

131. Soros rezgőkör. Rezonancia

Kapcsoljunk a váltakozóáramú körbe sorosan R ohmos ellenállást, L önindukciójú tekercset, és C kapacitású kondenzátort (512. ábra). Mivel soros kapcsolás esetén mindegyikén ugyanaz az I erősségű áram folyik át, tehát az előbbieket figyelembevételel az ohmos ellenálláson

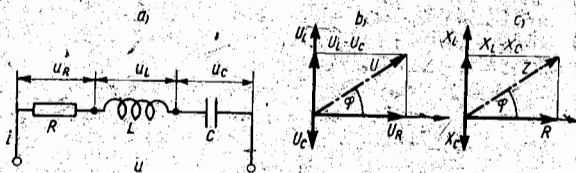
$$U_R = IR,$$

a tekercsen az I -hez képest 90° -os fáziseltéréssel

$$U_L = IX_L,$$

512. ábra 3.

593



512. ábra. Sorosan kapcsolt R, L, C .

ill. a kondenzátoron -90° -os fáziseltéréssel

$$U_C = IX_C$$

feszültség jön létre. E feszültségek vektori eredője egyenlő az $U = IZ$ hálózati feszültséggel (512. ábra: feszültségi háromszög; a vektorokat I -hez viszonyítva mértük fel):

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = IZ.$$

Látható, hogy Z abszolút értéke, az ún. **impedancia ellenállás** jellegű mennyiség, vagyis (512. ábra: ellenállás-háromszög):

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

A fáziseltérés pedig:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Feszültségi rezonancia. Ha $X_L > X_C$, akkor a tekercs, ha $X_L < X_C$, akkor a kondenzátor hatása érvényesül. Az első esetben a kapcsolás induktív, a másodikban kapacitív jellegű. Ha $X_L = X_C$, akkor a tekercs és a kondenzátor egymás hatását kiegyenlíti. Az impedancia értéke a legkisebb, és a fáziseltérés zérus:

$$Z_0 = R \quad \text{és} \quad \varphi = 0.$$

Ez az eset az ún. **rezonancia**. S mivel a tekercs és a kondenzátor

sarkai között az egyenlő nagyságú, de ellenkező értelmű feszültség jóval nagyobb lehet, mint a hálózat állandó U feszültsége; ezért a **feszültségi rezonancia** vagy **soros rezonancia** elnevezést használjuk.

Feszültségi rezonancia esetén az impedancia az ohmos ellenállással egyenlő és az áramerősség értéke a legnagyobb.

A rezonáns frekvenciát adott L és C esetén a következőképpen határozzuk meg. Mivel

$$X_L = X_C$$

$$X_L = \omega L, \quad X_C = 1/\omega C,$$

tehát

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

Ebből pedig a rezonáns körfrekvencia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

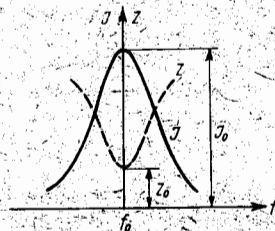
Azonban $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi/T_0$, tehát a rezonáns frekvencia

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

ill. a rezgésidő (Thomson-képlet):

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Eszerint, ha a soros rezgőkör frekvenciája megegyezik az áramforrás feszültségének frekvenciájával, akkor a kör ellenállása a legkisebb, áramerőssége pedig a legnagyobb (513. ábra: rezonanciagörbék).



513. ábra. Rezonanciagörbék

594

595

Példa

$U = 2\text{ V}$ feszültségű, 225 kHz frekvenciájú áramforrásra sorosan kapcsolunk $10\ \Omega$ ellenállást, 1 mH önműködésű tekercset és C kapacitású kondenzátort. a) Hogyan kell megválasztani C értékét, hogy feszültségi rezonancia jöjjön létre? b) Mekkora ebben az esetben a kondenzátor, ill. a tekercs és az ellenállás sarkain a feszültség?

Megoldás

a) Az

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

összefüggésből a rezonanciát létesítő C értéke:

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{2}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 225^2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}}\text{ F} = 5 \cdot 10^{-10}\text{ F} = 500\text{ pF}$$

b) Rezonancia esetén az áramerősség:

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{2}{10}\text{ A} = 0,2\text{ A}$$

tehát a kondenzátor feszültsége:

$$U_C = I_0 X_C = I_0 \frac{1}{2\pi f C} = 0,2 \cdot \frac{1}{6,28 \cdot 225 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-10}}\text{ V} = 284\text{ V}$$

Látható, hogy a feszültség jóval nagyobb az áramforrás feszültségénél. Ez a feszültség rezonancia esetén nagyságra megegyezik a tekercs sarkain fellépő feszültséggel. A számértékek helyettesítésével:

$$U_L = I_0 X_L = I_0 \cdot 2\pi f L = 0,2 \cdot 6,28 \cdot 225 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}\text{ V} = 284\text{ V}$$

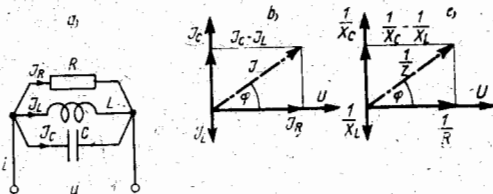
Az ellenállásán a feszültség:

$$U_R = I_0 R = 0,2 \cdot 10\text{ V} = 2\text{ V}$$

megegyezik az áramforrás feszültségével.

132. Párhuzamos rezgőkör

Ha az 514a ábra szerint az állandó U feszültségű áramforráshoz R ohmos ellenállást, L önműködésű tekercset és C kapacitású kondenzátort kapcsolunk párhuzamosan, akkor a mellék-



514. ábra. Párhuzamosan kapcsolt R, L, C

ágakban folyó áramerősségek:

$$I_R = \frac{U}{R}, \quad I_L = \frac{U}{X_L}, \quad I_C = \frac{U}{X_C}$$

A vektorábrában (514b ábra) mindent az U feszültséghez viszonyítva rajzoltunk meg. Eszerint I_R a feszültséggel fázisban van, I_L 90° -kal késik, I_C pedig 90° -kal siet. Tehát a Z impedancia átfolyó I áramerősség:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$$

Ebből a vezetés jellegű reciprok impedancia (514c ábra):

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$$

és a fáziszög:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R}} = R \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)$$

Áramrezonancia. Ha $X_C < X_L$, akkor a kondenzátor, ha $X_C > X_L$, akkor a tekercs hatása érvényesül. Ha pedig $X_L = X_C$, akkor a kondenzátor és a tekercs egymás hatását ki-egyenlíti, és a fáziskülönbség zérus. Ebben az esetben a

$$Z_0 = R$$

impedancia a legnagyobb, az áramerősség a legkisebb (rezonancia). Mivel a kondenzátoron és a tekercsen átfolyó, egyenlő nagyságú, de ellenkező irányú áramok jóval nagyobbak lehetnek, mint az áramforrásból felvett (R -en átfolyó) áram, ezért az áramrezonancia (vagy párhuzamos rezonancia) elnevezést használják.

A rezonáns frekvencia, ill. a rezgésidő az

$$\frac{1}{X_C} = \frac{1}{X_L}, \quad \text{ill. } X_L = X_C$$

feltételből a már tárgyalt módon

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

és

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

Példa

Az 514. ábrának megfelelő kapcsolásban legyen $R = 6\text{ k}\Omega$, $L = 2\text{ mH} = 2 \cdot 10^{-3}\text{ H}$, $C = 550\text{ nF} = 5,5 \cdot 10^{-7}\text{ F}$ és az áramforrás feszültsége $U = 60\text{ V}$. Határozzuk meg: a) a rezonáns körfrekvenciát; b) rezonancia esetén az egyes ágakban átfolyó áramerősséget.

Megoldás

a) A rezonáns körfrekvencia:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 10^{-3} \cdot 5,5 \cdot 10^{-7}}}\text{ Hz} \approx 3 \cdot 10^4\text{ Hz}$$

b) Rezonancia esetén az ohmos ellenálláson átfolyó áram erőssége egyenlő a főágban folyó áramerősséggel:

$$I_0 = U/Z_0 = U/R = 60/6000\text{ A} = 0,01\text{ A}$$

Egyszerűen kimutatható, hogy a tekercsen és a kondenzátoron átfolyó áramerősség egyenlő:

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega_0 L} = \frac{60}{3 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}\text{ A} = 10\text{ A}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = U\omega_0 C = 60 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 5,5 \cdot 10^{-7}\text{ A} = 10\text{ A}$$

és ezerszer nagyobb I_0 -nál!

133. Elektromos rezgések

Állítsunk össze C kapacitású kondenzátorból és L önműködésű, elhanyagolható ohmos ellenállású tekercsből álló rezgőkört (515. ábra).

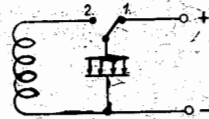
Ha a kondenzátort egyenáramú áramforrásra kapcsoljuk (1. állás), akkor a fegyverzetek között elektromos erőter keletkezik, vagyis a kondenzátorban elektromos energia van (516a ábra).

Ha a kapcsolót a tekercsen keresztül zárjuk (2. állás), akkor a kondenzátor kisül. A kisülő áram a tekercsben mágneses erőteret létesít, amely akkor a legnagyobb, amikor a fegyverzetek között a feszültség zérus (516b ábra). Az elektromos erőter energiája a mágneses erőter energiájává alakul át.

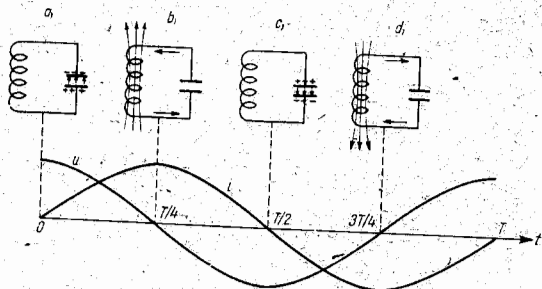
A mágneses erőter eltűnésekor önműködésű feszültség, ill. áram keletkezik, mely a kondenzátort ellenkező értelemben ismét feltölti (516c ábra). A mágneses erőter energiája ismét elektromos energiává alakul át.

A kondenzátor ismét kisül a tekercsen keresztül (516d ábra) és az elektromos energia ismét mágneses energiává alakul.

Ez a folyamat többször megismétlődik. A kondenzátor lemezei között az elektromos, a tekercs körül a mágneses energia periodikusan változik.



515. ábra. Rezgőkör

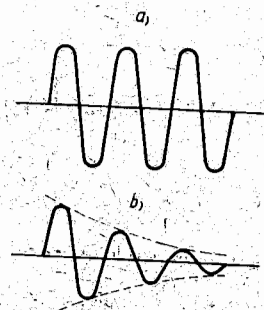


518. ábra. Az elektromos és a mágneses energia periodikus váltakozása

Az ilyen áramkört **rezgőkörnek** nevezzük. A kondenzátor feszültségének (u), ill. az áramerősségnek (i) időbeli lefolyását az ábrán grafikusan feltüntettük.

Ha a rezgőkörnek nem volna vesztesége, akkor a rezgések amplitúdója állandó lenne (*csillapítatlan rezgések*; 517a ábra).

Ha az elkerülhetetlenül fellépő veszteségek miatt (ohmos ellenállás, mágneses és dielektromos veszteségek) a rezgések amplitúdója állandóan csökken (*csillapított rezgések*; 517b ábra).

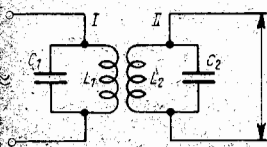


517. ábra. a) Csillapítatlan és b) csillapított rezgések

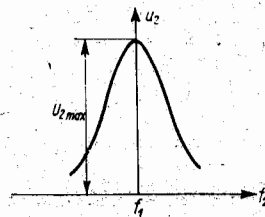
Rezonancia. Az 518. ábra szerint a két rezgőkör induktíve kapcsolódik egymáshoz (induktív csatolás). Ha az I_1 körben f frekvenciájú rezgések jönnek létre, akkor az indukció következtében a II . rezgőkörben is keletkeznek elektromos rezgések. Ezek ak-

kor a legerősebbek, ha a csatolt körök rezgésszáma meg- egyezik ($f_1 = f_2$), vagyis a két rezgőkör egymással rezonan- ciában van. Tehát

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_2}}, \text{ ill. } L_1C_1 = L_2C_2.$$



518. ábra. Induktív csatolású rezgőkörök



519. ábra. Csatolású rezonanciagörbe

Abrajoljuk a II . kör sarkain keletkező U_2 feszültséget az f_2 frekvencia függvényében, akkor az ún. **csatolási rezonancia- görbét** kapjuk (519. ábra). Látható, hogy a feszültség akkor a legnagyobb, ha a két kör rezgésszáma egybeesik. A görbe alakja a veszteségtől, ill. a két tekercs mágneses csatolásától függ.

Feladatok:

1. A tekercs induktív ellenállása 50 Hz frekvenciájú hálózaton 10 Ω . Mekkora az önindukciója, ha $R \approx 0$? ($L = 32$ mH.)
2. A 220 V feszültségű, 50-Hz-es hálózatra kapcsolunk 20 Ω ellenállású, 0,1 H önindukciójú tekercset. Határozzuk meg a tekercs induktív ellenállását, az impedanciát, az áramerősséget és a fáziskésés nagyságát. ($X_L = 31,4 \Omega$, $Z = 37,2 \Omega$; $I = 5,9$ A, $\varphi = 57,5^\circ$.)
3. 10 mV feszültségű áramforrásra kapcsolunk párhuzamosan, elha- nyagolható ohmos ellenállású, 40 Ω induktív ellenállású tekercset és 100 Ω -os fogyasztót. Határozzuk meg az impedanciát, az egyes ága- kon átfolyó áram erősséget és a fázisviszonyokat. ($Z = 37 \Omega$, $I_R = 0,1$ mA, $I_L = 0,25$ mA, $\varphi = -88^\circ$.)
4. A 4 Ω ellenállású, 16 μ F kapacitású kondenzátort rákapcsoljuk a 380 V-os, 50 Hz-es hálózati feszültségre. Számítsuk ki az impedanciát, az áramerősséget, az ellenálláson, ill. a kondenzátoron a feszültséget és a fáziszöveget. ($Z = 200 \Omega$, $I = 1,9$ A, $U_R = 7$ V, $U_C = 373$ V, $\varphi = 88,8^\circ$.)

5. A 20 V feszültségű, 500 kHz frekvenciájú áramforrásra sorosan kap- csolunk 5 Ω ellenállású, 0,1 mH-s tekercset és 200 pF-os kondenzá- tort. Mekkora kapacitású kondenzátort kell a 200 pF-os kondenzá- torral sorba vagy párhuzamosan kapcsolni, hogy a soros rezgőkör az áramforrással rezonanciába jusson? Mekkora ebben az esetben az áramerősség és a tekercs, ill. a kondenzátorok sarkain a feszültség? ($C_p = 0,8$ nF, $I_0 = 4$ A, $U_L = U_C = 1256$ V.)
6. A 4 Ω ellenállású, 1 mH önindukciójú tekercset párhuzamosan kap- csoljuk a 16 pF-os kondenzátorhoz. Mekkora a rezgőkör rezonáns kör- frekvenciája és a mellékágakban folyó áram erőssége, ha az áram- forrás frekvenciája 500 Hz és a feszültsége 24 V? ($\omega_0 = 25$ MHz, $I_R = 6$ A, $I_L = I_C = 76,4$ A.)

134. A váltakozóáram teljesítménye és munkája

Ha a váltakozóáramú áramkörben u és i a feszültség, ill. az áramerősség pillanatnyi értéke, és közöttük állandó φ fázis- különbség van, akkor

$$u = U_0 \sin \omega t = \sqrt{2} U \sin \omega t,$$

$$i = I_0 \sin (\omega t - \varphi) = \sqrt{2} I \sin (\omega t - \varphi)$$

(U_0 és I_0 a csúcserték, U és I az effektív érték).

A teljesítmény pillanatnyi értéke:

$$p = ui = 2UI \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi).$$

A szögfüggvény-szorzatot a

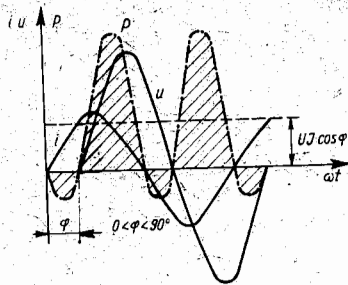
$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)]$$

összefüggés segítségével átalakítva:

$$p = UI [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)].$$

Ez azt mutatja, hogy a teljesítmény pillanatnyi értéke az idő- nek koszinusz függvénye, frekvenciája az áramforrás frekven- ciájának kétszerese és függőlegesen az $UI \cos \varphi$ értékének meg- felőlen eltoltt görbe (520. ábra).

a) Ha $0 < \varphi < 90^\circ$, akkor a teljesítménygörbének periódus-



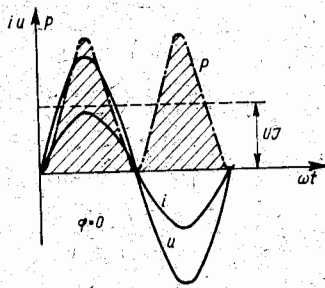
520. ábra. u, i és p görbe ($0 < \varphi < 90^\circ$)

számként kétszer negatív értékű részei vannak, vagyis a teljesít- mény itt negatív.

b) Ha $\varphi = 0$, akkor a feszültség és az áramerősség fázisban van és

$$p = UI(1 - \cos 2\omega t).$$

Ebben az esetben a görbe teljesen az időtengely fölött van (521. ábra), a teljesítmény a legnagyobb.



521. ábra. u, i és p görbe ($\varphi = 0$)

c) Ha $\varphi = +90^\circ$, akkor

$$p = -UI \sin 2\omega t$$

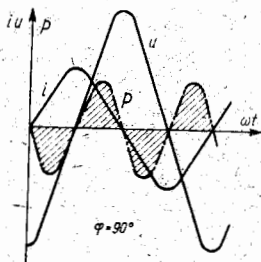
[ui. $\cos(\alpha - 90^\circ) = \sin \alpha$]. A görbe az időtengelyen kétszeres frekvenciával hullámzik (522. ábra), a pozitív és negatív területei egyenlők, az átlag teljesítmény zérus.

A teljesítmény közéértéke a fentiek szerint:

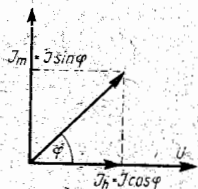
$$P = UI \cos \varphi.$$

A váltakozóáram munkája pedig t idő alatt ($t \gg T$):

$$L = UI t \cos \varphi.$$



522. ábra. u , i és p görbe ($\varphi = 90^\circ$)



523. ábra. A hatásos és a meddő áramerősség-összetevő

Nagyságára (és előjelére) a teljesítménygörbe alatti terület ad felvilágosítást. (520–522. ábrákon a ferdén vonalkázott terület.)

Egyszerű értelmezést adhatunk a teljesítményre, ill. a munkára, ha az I áramerősséget az 523. ábra szerint felbontjuk az U feszültséggel egyirányú I_h és arra merőleges I_m összetevőkre.

Az U és $I_h = I \cos \varphi$ (hatásos áramerősség) szorzata a **hatásos teljesítményt** adja:

$$P_h = UI_h = UI \cos \varphi.$$

Az U feszültség és az I_m (meddő: reaktív) áramerősség szorzata a **meddő teljesítmény**:

$$P_m = UI_m = UI \sin \varphi.$$

Az U feszültség és az I áramerősség szorzata a **látszólagos teljesítmény**:

$$P_1 = UI.$$

Az összefüggés a különböző teljesítményértékek között:

$$P_1 = \sqrt{P_h^2 + P_m^2} = UI,$$

ill.

$$P_h = UI \cos \varphi = P_1 \cos \varphi.$$

észerint a

$$\cos \varphi = \frac{P_h}{P_1} = \frac{P_h}{UI}$$

teljesítménytényező megmutatja, hogy a látszólagos teljesítményhez viszonyítva mekkora a hasznos teljesítmény. Legnagyobb értéke — mint láttuk — $\cos 0^\circ = 1$, amikor is $P_h = P_1$.

A különböző teljesítményértékeket a mértékegységekkel is kifejezésre juttatjuk. A **látszólagos teljesítményre** VA vagy kVA, a **hatásos teljesítményre** a W vagy kW, a **meddő (reaktív) teljesítményre** a VAR vagy kVAR mértékegységet használjuk.

Példa

A 380 V feszültségre kapcsolt motor hatásos teljesítménye: $P_h = 3,8$ kW.

a) Határozzuk meg a látszólagos teljesítményt és áramerősséget, a meddő teljesítményt és áramerősséget, az impedanciát, valamint a motor helyettesítő R ohmos és X_L induktív ellenállását; ha $\cos \varphi = 0,8$. b) Hogyan változik meg a teljesítménytényező, ha 1,9 kVAR meddő teljesítményű fázisjavító kondenzátort iktatunk be?

Megoldás

a) Mivel $P_h = P_1 \cos \varphi$, tehát a látszólagos teljesítmény:

$$P_1 = \frac{P_h}{\cos \varphi} = \frac{3,8 \text{ kW}}{0,8} = 4,75 \text{ kVA}.$$

Az áramerősség:

$$I_1 = \frac{P_1}{U} = \frac{4,75 \text{ kVA}}{380 \text{ V}} = 12,5 \text{ A}.$$

A meddő teljesítmény:

$$P_m = P_1 \sin \varphi = P_1 \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 4,75 \sqrt{1 - 0,8^2} \text{ kVA} = 2,75 \text{ kVA}.$$

ill. az áramerősség meddő összetevője:

$$I_m = I_1 \sin \varphi = 12,5 \cdot 0,6 \text{ A} = 7,5 \text{ A}.$$

Az impedancia:

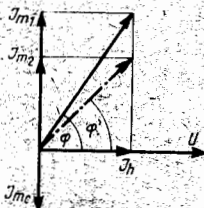
$$Z = \frac{U}{I_1} = \frac{380 \text{ V}}{12,5 \text{ A}} = 30 \Omega.$$

Az ohmos és az induktív ellenállás pedig:

$$R = Z \cos \varphi = 30 \cdot 0,8 \Omega = 24 \Omega,$$

$$X_L = Z \sin \varphi = 30 \cdot 0,6 \Omega = 18 \Omega.$$

b) A fázisjavító kondenzátor a teljesítménytényezőt javítja, mivel a fázisszöveget csökkenti.



524. ábra. Fázisjavító kondenzátor hatása

Legyen a kondenzátor áramerőssége I_{mc} , akkor az 524. ábra szerint:

$$I_{mc} = I_{m1} - I_{m2}.$$

Azonban

$$I_{m1} = I_h \operatorname{tg} \varphi \text{ és } I_{m2} = I_h \operatorname{tg} \varphi',$$

tehát

$$I_{mc} = I_h (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi').$$

A kondenzátor meddő teljesítménye:

$$P_{mc} = UI_{mc} = UI_h (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi') = P_h (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi').$$

Ebből pedig az új fázisszögre a következő értéket kapjuk:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \varphi - \frac{P_{mc}}{P_h} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} - \frac{P_{mc}}{P_h} = \frac{0,6}{0,8} - \frac{1,9 \text{ kVA}}{3,8 \text{ kW}} = 0,25,$$

ill.

$$\varphi' = 14,06^\circ.$$

A teljesítménytényező tehát

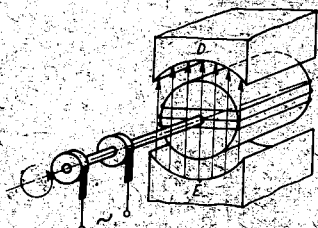
$$\cos \varphi' = \cos 14,06^\circ = 0,97$$

értékre javul:

135. Váltakozóáramú generátorok

Egyfázisú generátor. Generátoroknak nevezzük azokat a gépeket, amelyek mechanikai munkából elektromos energiát állítanak elő.

Ha az 501. ábrán vázolt keretes vezető helyett többmenetes, lémezelt lágvas magra helyezett tekercset alkalmazunk, és a tekercset egyenesen forgatjuk, akkor a tekercsvégekhez kapcsolt csúszógyűrűkről a kefékkel (525. ábra) **egyfázisú váltakozóáramot** vehetünk le.

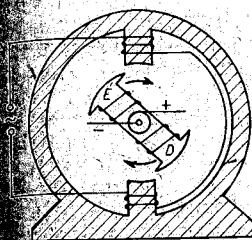


525. Ábra. Váltakozóáramú generátor elve.

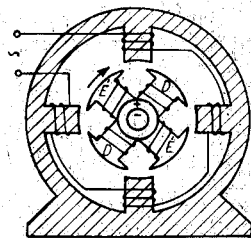
Ebben az esetben is indukálódik feszültség, mért az álló tekercseket a forgó mágnes erővonalai metszik.

Ennek az elrendezésnek előnye, hogy a teljesítménykorben nincs szükség kefékre, és az állórészen többmenetes, jobban szigetelhető tekercsek helyezhetők el. A két sorbakapcsolt és ellentétes csévélésű tekercsben az indukált feszültség összegeződik.

Az áram frekvenciáját a fordulatszám (n) határozza meg. Ha pl. $n = 3000/\text{min} = 50/\text{s}$, akkor a frekvencia: $f = 50/\text{s} = 50 \text{ Hz}$.



526. Ábra. Egyfázisú generátor

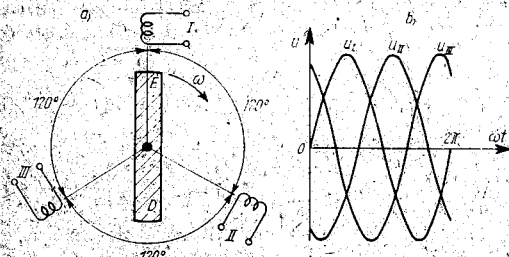


527. Ábra. Egyfázisú generátor

Ugyanezt a frekvenciát előállíthatjuk azonban két póluspárral (527. ábra) és 1500/min fordulatszámmal vagy három póluspárral és 1000/min fordulatszámmal. Általában: ha a póluspárok száma p és a forgórész fordulatszáma n , akkor a váltakozófeszültség frekvenciája

$$f = pn.$$

Az egyfázisú generátorban az álló- és forgórészben levő póluspárok száma egyenlő. Az egymás után következő tekercsek ellentétes csévélésűek és sorbakapcsoltak.

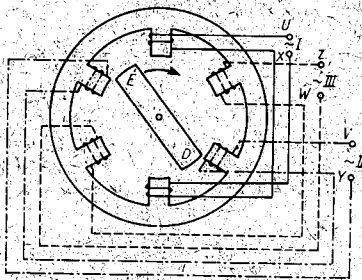


528. Ábra. a) Háromfázisú generátor elve; b) feszültségdiagramok

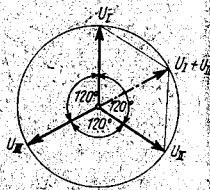
Háromfázisú generátor. Ha három, egymástól 120°-ra lévő tekercs előtt elektromágnezt forgatunk (528a ábra), akkor bennük olyan váltakozófeszültség indukálódik, amelyek között 120° (egyharmad periódus) fáziskülönbség van (528b ábra).

A háromfázisú generátorban az állórészen háromszor annyi tekercs van, mint a forgórészen (529. ábra).

Soros kapcsolás esetén a tekercsekben keletkező feszültségek vektori összege zérus. Ez egyszerűen következik a vektorháromszögből (530. ábra).

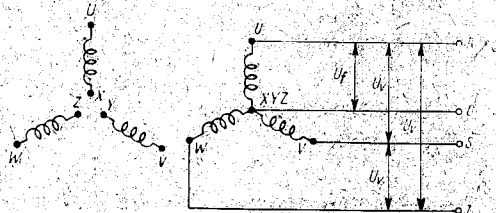


529. Ábra. Háromfázisú generátor



530. Ábra. Soros kapcsolás: $\Sigma U = 0$

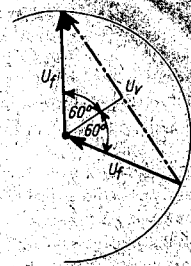
Csillag- és háromszögmegkapcsolás. Ha a három tekercs egy-egy végét összekapcsoljuk (O vezeték), a másik hármat, a fázisvezetéseket (R, S, T vezeték) a fogyasztóhoz vezetjük, akkor az ún.



531. Ábra. Csillag- vagy Y-kapcsolás

csillag- vagy Y-kapcsolást nyerjük (531. ábra). Ebben az esetben kétféle feszültséget kapunk. A fázisvezeték és a nullvezeték között (RO, SO, TO) a fázisfeszültséget (U_f), két-két fázisvezeték között (RS, RT, ST) pedig a vonalfeszültséget (U_v). A feszültségek közötti összefüggés az 532. ábrán látható vektorháromszögből meghatározható. Mivel $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$, tehát

$$U_v = \sqrt{3} U_f$$



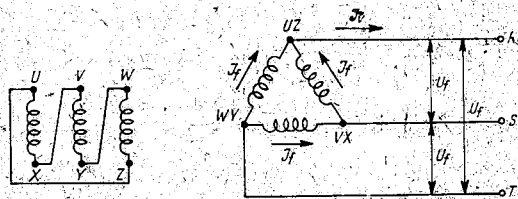
532. Ábra. A vonalfeszültség meghatározása

Ha pl. $U_f = 110 \text{ V}$, akkor $U_v = \sqrt{3} \cdot 110 \text{ V} \approx 190 \text{ V}$;
ha $U_f = 220 \text{ V}$, akkor $U_v = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} \approx 380 \text{ V}$.

A három fázis együttes teljesítménye (egyenletes terhelés esetén):

$$P = \sqrt{3} U_v I \cos \varphi$$

Ha a tekercseket az 533. ábra szerint sorbakapcsoljuk, akkor a háromszög- vagy Δ - (delta-) kapcsolást kapjuk. Látható, hogy a fázis- és a vonalfeszültségek megegyeznek ($U_f = U_v$), az áram-



533. Ábra. Háromszög- vagy Δ -kapcsolás

erősségek között pedig

$$I_v = \sqrt{3} I_t$$

összefüggés áll fenn. A három fázis együttes teljesítménye (egyenletes terhelés esetén):

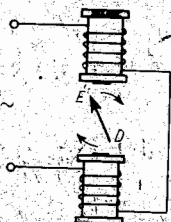
$$P = \sqrt{3} U_v I_v \cos \varphi$$

A generátorok forgórészének meghajtására a nagy teljesítményű erőművekben leginkább gőz- vagy vízturbinát alkalmaznak. A termelt áram feszültsége általában 10 kV, a teljesítmény pedig 10...200 MW.

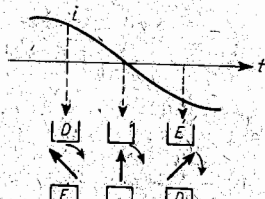
Kiseb, helyi erőművekben a mechanikai energiát Diesel-motor, benzínmotor, gőzturбина stb. szolgáltatja. Perspektívikusan igen nagy jelentőségűek a még viszonylag kevés számú atomerőművek:

136. Váltakozóáramú motorok

Szinkron motorok. Két, sorbakapcsolt vasmagos tekercs közé helyezünk iránytűt. Hirtelen lökessel hozzuk forgásba a tűt, és kapcsoljuk a tekercsüket a váltakozóáramú hálózatra (534. ábra). Ha az iránytű fordulatszáma megegyezik a váltakozóáram frekvenciájával (*szinkron fordulatszám*), akkor forgása mindaddig tart, amíg az áramot ki nem kapcsoljuk.



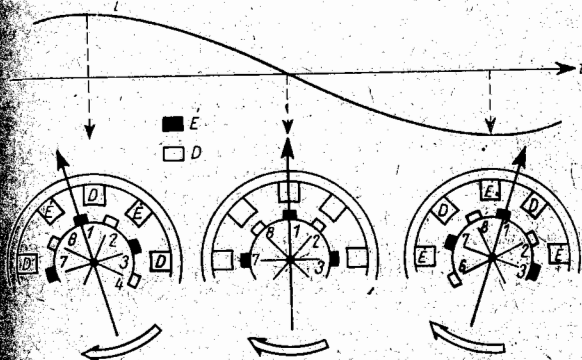
534. ábra. Szinkron motor



535. ábra. A szinkron motor működési elve

Az elektromágnesek polaritása ui. félpéldusonként megváltozik. Ha ez akkor következik be, amikor az iránytű a pólusok előtt halad el (535. ábra), akkor a forgás iránya egyértelmű marad.

A gyakorlatban alkalmazott szinkron motorokban az állórészben egymás után következő tekercsek ellentétes csévélsűk

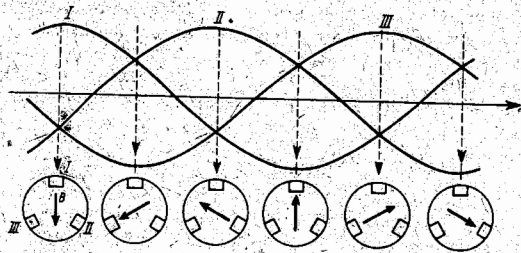


536. ábra. Többpólusú szinkron motor működése

(a többpólusú váltakozóáramú generátorok), s polaritásuk az áram irányváltozásának megfelelően egyszerre változik meg (536. ábra).

A szinkron motorok legértékesebb tulajdonsága az állandó fordulatszám. Hátrányuk a bonyolult szerkezet, a kis indítónyomaték; hirtelen terhelés esetén kiesnek a szinkronból és leállnak. A forgórész felporgetéséhez általában külön motor szükséges.

Aszinkron (indukciós) motorok. Ha a háromfázisú generátor tekercseit a háromfázisú hálózatra kapcsoljuk, akkor a közéjük helyezett mágnesű forgó rész jön.

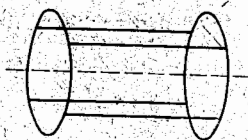


537. ábra. Forgó mágneses tér kialakulása

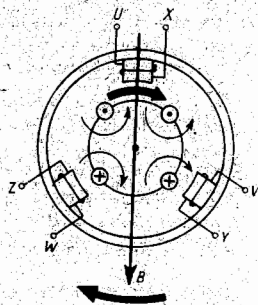
A tekercsben folyó áram uk olyan mágneses teret (*B*) hoz létre, amely egy periódus alatt teljes körforgást végez (*forgó mágneses tér*; 537. ábra), és a mágnesűt magával ragadja.

A gyakorlatban alkalmazott motorokban vagy rövidzárt (*kalickás*) forgórészt vagy csúszógyűrűs forgórészt alkalmaznak.

A rövidzárt forgórész vastag, csupasz rézrudakból áll, amelyeknek végeit két vörösréz gyűrűvel rövidre zárják (538. ábra). A háromfázisú áram bekapcsolásakor a forgó mágneses tér (539. ábra; *B*) metszi a forgórész rudjait, és azokban feszültséget, illetve áramot indukál. (Az ábrán a rudakat met-



538. ábra. Rövidzárt (kalickás) forgórész



539. ábra. Kalickás aszinkron (indukciós) motor elve

szetben ábrázoltuk.) Az áram azonban Lenz törvénye alapján az indukáló erőhatást, tehát a mágnesűt forgását akadályozza, és a forgórészt a forgó mágneses tér „magával ragadja”. Ezt igen jól szemlélteti a rudakban folyó áram mágnesűterének és a forgó mágnesűternek a kölcsönhatása.

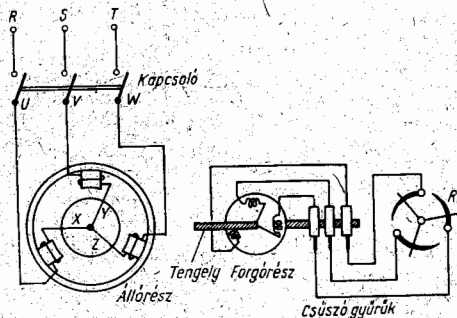
Bekapcsolás után a forgórész fokozatosan felgyorsul. Fordulatszáma azonban nem érheti el a mágneses tér fordulatszámát, mert akkor nem jönne létre erővonalmetszés, indukált áram. Tehát a forgórész nem foroghat szinkron a mágneses térrel (*aszinkron fordulatszám*).

A motor terhelésekor fordulatszáma csökken; a nagyobb nyomatékhoz szükséges áramerősséget a relatív sebességnövekedés (a fordulatszám csökkenése) létesíti.

Legyen a mágneses tér fordulatszáma *n*, a motor fordulatszáma *n'*, akkor az

$$s = \frac{n - n'}{n}$$

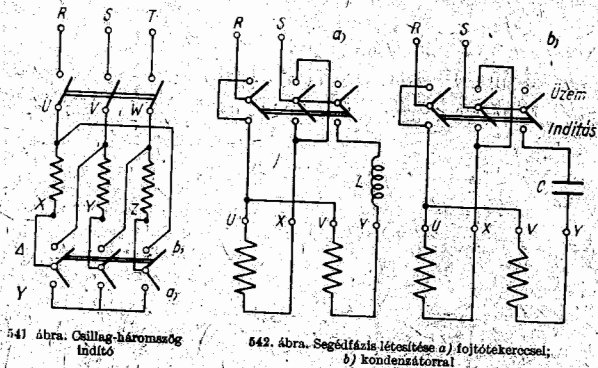
tört a szinkron fordulathoz viszonyított elmaradást, az ún. *szlipet* adja meg. Értéke — még teljes terhelésekor is — csak pár százalék (4...7%).



540. ábra. Csúszógyűrűs aszinkron motor elvi kapcsolása

A csúszógyűrűs aszinkron motor forgórészén a tekercsek egyik végét csillagba kapcsolják, a másik végét csúszógyűrűhöz vezetik (540. ábra). Az indítás pillanatában a forgórész áll, tehát benne a legnagyobb erősségű áram indukálódik; amelynek mágneses tere az állórész mágneses terét csökkenti. Ilyenkor az állórészben az üzemi áramerősségnél 5...8-szor nagyobb indítási áram folyik át, ami — főleg nagy teljesítményű motoroknál — mind a tekercsekre, mind a hálózatra veszélyes. Ezért indításuk a csúszógyűrűs motorok forgórészével *indító ellenállást* kötnek sorba (540. ábra; R_1), amelyet az üzemi fordulatszám elérésekor fokozatosan kiiktatnak.

A rövidrezárt forgórészű motorokban *csillag-háromszög indítást* alkalmaznak. Az állórész tekercseit indításkor csillagba kapcsolják (541a ábra); ezáltal a tekercsek $\sqrt{3}$ -szór kisebb fe-



541. ábra. Csillag-háromszög indító

542. ábra. Segédfázis létesítése a) fojtótekercsel; b) kondenzátorral

szültséget kapnak, s így az indítási áram erőssége is csökken. Felforgulás után a tekercseket háromszögbe kapcsolják (541b ábra).

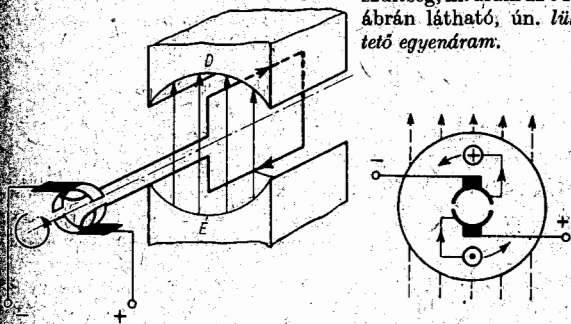
Az *egyfázisú indukciós motorok* felépítése lényegében meg-

616

egyeznek a háromfázisú motorokéval, azonban az állórész tekercselése egyfázisú. Mivel az áram nem forgó, hanem csak *lökítő* mágneseret hoz létre, ezért vagy külső erővel vagy *segédfázis* létesítésével kell megindítani. Ennek az a lényege, hogy indításkor az állórészben vasmagos fojtótekercs (542a ábra) vagy kondenzátor segítségével (542b ábra) a hálózati áramhoz viszonyítva közel 90°-os fáziskülönbségű áramot létesítenek a segédfázis-tekercsben (S), s ezáltal már forgó mágnesérlet keletkezik (kétfázisú áram). A „műfázist” az üzemi fordulatszám elérése után megfelelő berendezés segítségével kiiktatják.

137. Egyenáramú generátorok

Kommutátor. Homogén mágneses térben forgassunk egyenesen keretes vezetőt (543. ábra), és végeit kössük egy-egy szigetelt félgűrűhöz (*kommutátor*); a kefékkel leszedett feszültség, ill. áram az 544. ábrán látható, ún. *lökítő egyenáram*.



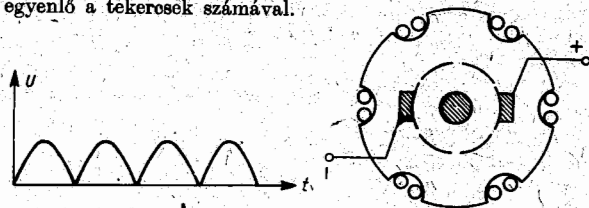
543. ábra. Az egyenirányítás elve

A keretes vezetőben ui. egy teljes körülfordulás alatt kétszer változik meg az áram iránya. Az irányváltás pillanatában (amikor a vezető síkja az erővonalakra merőleges) a félgűrűk

617

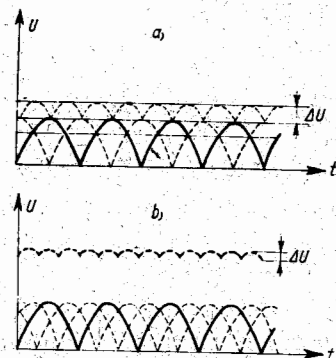
a másik kefe alá csúsznak, és ezáltal a külső áramkörben az áram iránya nem változik meg.

Az egyenáramú generátor forgórészében (*armatúra*) lényegében váltakozófeszültség indukálódik, amelyet a kommutátor egyenirányít. Minél több tekercset helyezünk el az armatúrán (545. ábra; *dobarmatúra*), annál kisebb a sorbakapcsolt eredő feszültség ingadozása (546. ábra). A kommutátorszéletek száma egyenlő a tekercsek számával.



544. ábra. Lökítő egyenáram

545. ábra. Hatszételes dobarmatúra



Az *öngerjesztés elve*. A nagyobb teljesítményű egyenáramú generátorok mágneses terét kezdetben egy külön áramforrás által gerjesztett elektromágnissal létesítették (*külső gerjesztés*). Jedlik Ányos magyar fizikus fedezte fel azt, hogy az elektromágnest

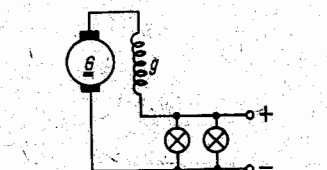
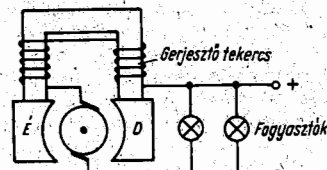
546. ábra. Feszültségdiagramok: a) négszételes; b) hatszételes dobarmatúrával

a generátor által termelt árammal lehet gerjeszteni (*öngerjesztés*). Az elektromágnesben ui. mindig van bizonyos visszamaradó (remanens) mágnesség, amely kezdetben kicsiny, majd fokozódó erősségű áramot indukál a tekercsekben (öngerjesztéses dinamó).

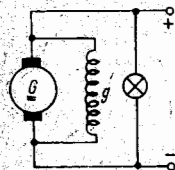
A *főáramkörű (soros) generátorban* a kis ellenállású gerjesztő tekercset (547. ábra; g) az armatúrával sorbakapcsolják. Az indukált feszültség (ennek fogva) a kapocsfeszültség (is) a terheléssel változik, ezért ezt a kapcsolást ritkán használják.

A *mellékáramkörű (párhuzamos) generátor* nagy ellenállású gerjesztő tekercse az armatúrával párhuzamosan kapcsolódik (548. ábra). Feszültségét a külső terhelés csak kismértékben befolyásolja.

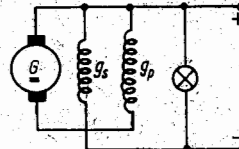
A *kettős (vegyes) gerjesztésű generátor* gerjesztő tekercse kettős.



547. ábra. Főáramkörű generátor és elvi kapcsolása



548. ábra. Mellékáramkörű generátor



549. ábra. Kettős gerjesztésű generátor

618

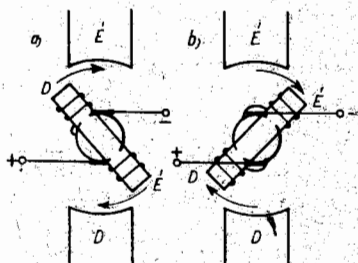
619

Az egyik, néhány menetű soros, a másik sokmenetű, párhuzamos tekercs (549. ábra). Általában ez a generátortípus használatos. Előnye, hogy viszonylag nagy terhelésváltozás esetén is feszültsége közel állandó.

138. Egyenáramú motorok

Ha az egyenáramú generátor forgórészébe egyenáramot kapcsolunk, akkor a pólusok vonzó, ill. taszító hatása következtében az armatúra forgásba jön. A forgórész pólusváltását (550. ábra) a kommutátor biztosítja.

Ha az állórész gerjesztő tekercsét és a forgórész tekercseit sorbakapcsolják, *főáramkörű* vagy *soros motort* nyernek. Előnye a



550. ábra. Egyenáramú motor működési elve

nagy vonóerő, hátránya a terhelés növekedésekor csökkenő fordulatszám.

Ezek a motorok váltakozóárammal is üzemeltethetők (*univerzál-motorok*), mivel az álló- és a forgórészben egyidejűleg változik még az áram iránya, tehát a pólusok közötti kölcsönhatás változatlan marad.

A *mellékáramkörű* vagy *párhuzamos motor* gerjesztő tekercse

a forgórészrel párhuzamosan kapcsolódik. Fordulatszama állandó, terhelhetősége kisebb.

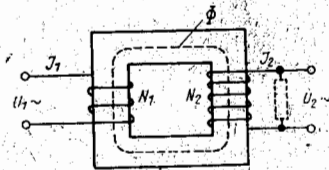
A *kelles (vegyes) gerjesztésű motor* a fő- és mellékáramkörű motor előnyeit egyesíti.

Az indításkor fellépő túláramot indítóellenállással csökkentik.

139. Transzformátorok.

Elektromos energiaátvitel

A *transzformátor működése*. A transzformátor közös vasmagra szerelt két tekercsből áll (551. ábra). Ha az N_1 menetszámú primer tekercsbe váltakozóáramot vezetünk, akkor az elektromágneses indukcióra vonatkozó *Faraday-törvény* szerint a vasmagban keletkező, változó nagyságú és irányú $\Delta\Phi$ mágneses fluxus az N_2 menetszámú szekunder tekercsben feszültséget indukál. Ha a szekunder tekercset nem terheljük, akkor Δt idő alatt:



551. ábra. Transzformátor

$$U_1 = N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{és} \quad U_2 = N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

A kettő hányadosa:

$$U_2 : U_1 = N_2 : N_1 = m$$

A *feszültségek aránya a menetszámok arányával egyenlő*.

(Az összefüggésben szereplő m az áttétel.)

Ha a transzformátor szekunder oldalát terheljük, akkor az energia megmaradásának törvénye szerint a primer teljesí-

mény egyenlő a szekunder teljesítménnyel, vagyis (a veszteségeket elhanyagolva):

$$U_1 I_1 = U_2 I_2$$

Aránypárban

$$I_2 : I_1 = U_1 : U_2 = 1 : m$$

Az *áramerősségek a feszültségekkel fordítottan arányosak*.

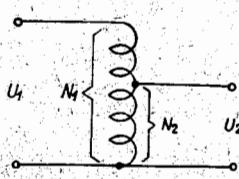
A transzformátor energiavesztése 2...5%. Az örvényáramok által keletkező melegedést (vasvesztés) lemezelt vasmag alkalmazásával, a histerézisvesztéséget pedig megfelelő vasötvétellel csökkentik.

A transzformátort a gyakorlatban széles körben alkalmazzák. Ha $N_2 > N_1$, akkor nagyobb feszültségű (és kisebb erősségű) áramot kapunk (feltranszformálás), ha pedig $N_2 < N_1$, akkor a feszültség csökken (az áramerősség nő).

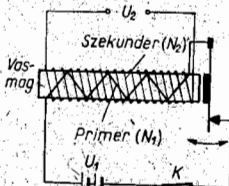
Egy- vagy háromfázisú hálózati áram esetén zárt vasmagos transzformátorokat használnak. Nagyobb frekvenciákon nyitott vasmagot vagy porvasmagot alkalmaznak, hogy minél kisebb legyen az önindukció.

A *takarék-* (vagy más néven *auto-*) *transzformátorokban* a primer és szekunder tekercs közös, a megfelelő áttételt a leágaztatással biztosítják (552. ábra). Főleg ott használják, ahol U_1 és U_2 között viszonylag kis eltérés van. Hátránya, hogy a szekunder kör a hálózattal közvetlen vezetői kapcsolatban van.

A *szaggató (vibrátor)* működése lényegében a transzformátor



552. ábra. Takaréktanszformátor



553. ábra. Szaggató (vibrátor)

elven alapul. Segítségével a kis egyenfeszültséget több ezer voltos feszültséggé alakíthatjuk át. Közös vasmagon van a kis menetszámú primer és a nagy menetszámú szekunder tekercs. A primer áramkört egy elektromágneses szaggató folyamatosan zárja és megszakítja (553. ábra). A változó mágneses tér a szekunderben — az áttételnek megfelelően — nagy feszültséget indukál.

A *elektromos energiaátvitel*. Az elektromos energiát az erőművektől távvezetéken szállítják a fogyasztókhoz. Legyen a vezeték ellenállása R , az áramerősség I , akkor a veszteség $I^2 R$.

A veszteség kétféleképpen csökkenthető: vagy az ellenállás csökkentésével (pl. nagyobb keresztmetszet), vagy az áramerősség csökkentésével. Az első azonban igen költséges, mert jóval több anyagot, több tartóoszlopot igényel. Az áramerősség csökkentése — változatlan teljesítmény mellett — transzformálással; a feszültség növelésével valósítható meg. S mivel a *Joule-féle hővesztés* az áramerősség négyzetével arányos, tehát pl. tízszeres áramerősség-csökkentés százszoros veszteség-csökkenést eredményez.

Az erőművekben termelt 6—12 kV feszültségű energiát kb. 10—10-szer nagyobb feszültségre (ill. ennyszer kisebb áramerősségre) feltranszformálják, és így vezetik a fogyasztókhoz, ahol több lépésben a szükséges feszültségre letranszformálják.

Az előnyöket jól szemlélteti az alábbi példa.

Példa

10 MW elektromos energiát $l = 20$ km hosszú, 20 mm^2 keresztmetszetű réz távvezetéken továbbítanak a fogyasztókhoz. a) Határozzuk meg az áramerősséget és a veszteségeket, ha az energiaszállítás 100 kV, ill. 380 V feszültségen megy végbe. b) Az utóbbi esetben ugyanolyan veszteség esetén — milyen keresztmetszetű vezetékre lenne szükség? (A fogyasztók ellenállása mindkét esetben elhanyagolhatóan kicsi.)

Megoldás

a) A távvezeték ellenállása ($\rho = 0,017 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$):

$$R = \rho \frac{l}{A} = 0,017 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2 \cdot 10^4 \text{ m}}{20 \text{ mm}^2} = 17 \Omega$$

Az áramerősség:

$$I_1 = \frac{P}{U_1} = \frac{10^7 \text{ W}}{10^5 \text{ V}} = 100 \text{ A} \quad \text{és} \quad I_2 = \frac{P}{U_2} = \frac{10^7 \text{ W}}{380 \text{ V}} = 26,3 \text{ kA.}$$

A teljesítményvesztés:

$$P_{v1} = I_1^2 R = 100^2 \cdot 17 \text{ W} = 170 \text{ kW} \quad \text{és} \quad P_{v2} = I_2^2 R = 26,3^2 \cdot 10^6 \cdot 17 \text{ W} = 11\,760 \text{ MW.}$$

Ezek szerint, ha az elektromos energiát 100 kV feszültséggel szállítják, a veszteség csak 1,7%; 380 V feszültségen a továbbítandó energia a veszteségnek csak töredékét fedezi.

b) Ha azt akarnánk, hogy 380 V feszültségen is a veszteség ugyancsak 170 kW legyen, akkor a vezetéknek

$$R_2 = \frac{P_{v1}}{I_2^2} = \frac{170 \cdot 10^3 \text{ W}}{26,3^2 \cdot 10^6 \text{ A}^2} = 2,4 \cdot 10^{-4} \Omega$$

ellenállásúnak, ill. ennek megfelelően

$$A_2 = \frac{\rho l}{R_2} = \frac{0,017 \Omega \text{mm}^2/\text{m} \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ m}}{2,4 \cdot 10^{-4} \Omega} = 1,425 \cdot 10^6 \text{ mm}^2 = 1,425 \text{ m}^2$$

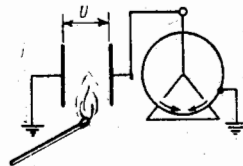
keresztmetszetűnek kellene lenni!

1) ELEKTROMOS ÁRAM GÁZOKBAN ÉS VÁKUUMBAN

140. A gázok vezetése

Önállóan vezetés. Ha az U feszültségre feltöltött légszigelő kondenzátor fegyverzei közé égő gyufaszálat tartunk (554. ábra), akkor a töltését gyorsan elveszti. Ez azt mutatja, hogy a lemezek között a levegő vezetővé vált.

A levegő és a gázok normális nyomás, hőmérséklet és páratartalom esetén jó szigetelők. Melegítés, radioaktív vagy röntgen-sugarak hatására azonban vezetővé válnak, mert a semleges gázmolekulák ionokra és negatív elektronokra bomlanak. Ezek az ionok és elektronok az elektromos erőterben az ellentétes pólusok felé vándorolnak, és ott töltésüket leadják. Így a kondenzátor feszültsége kiegyenlítődik, kisül.



554. ábra. Önállóan vezetés kísérleti kimutatása

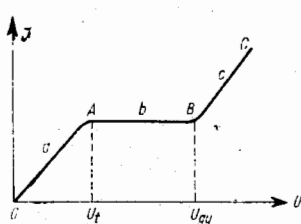
A gázionok és az elektronok külső hatására (melegítés) jöttek létre, tehát a levegő (gáz) csak addig válik vezetővé, amíg ez a külső hatás tart (önállóan vezetés, ill. kisülés).

A külső hatás megszűnésekor a gáz gyorsan elveszíti a vezetőképeségét, mivel a különböző töltésű ionok a kölcsönös vonzás következtében újra semleges molekulákká egyesülnek, re-kombinálódnak.

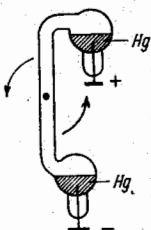
Ha a kondenzátor lemezei között a feszültséget (U) növeljük, akkor állandó külső ionizáció esetén az áramerősség (I) egy ideig lineárisan nő (555. ábra; OA szakasz). Minél nagyobb a feszültség,

az ionok annál jobban felgyorsulnak, és annál több éri el az elektrodákat rekombináció nélkül. Egy bizonyos feszültségértéktől (U_1) kezdve valamennyi ion eljut az elektrodákra (AB telítési szakasz).

Önálló (önfenntartó) vezetés. Meghatározott feszültségérték (U_{gy}) fölött az ionokat az erőter annyira felgyorsítja, hogy ütközéskor a semleges molekulákat is ionizálják (ütközési ionizáció). Az így keletkező másodlagos ionokat az elektromos tér szintén felgyorsítja, s ha megfelelő mozgási energiára tesznek



555. ábra. Gázkitűlés $U-I$ diagramja



556. ábra. Orvosi higanygyógylámpa

szert, újabb semleges molekulákat ionizálnak. Az ionok száma lavinaszerűen növekszik, és az áramerősség egyre nagyobb lesz (l. 555. ábra; BC szakasz). Ez esetben a gáz külső ionizáció nélkül is vezetővé válik (önálló vagy önfenntartó vezetés).

Az önálló vezetés meghatározott feszültségértéktől, az ún. gyújtási feszültségtől (U_{gy}) kezdve indul meg. Minél ritkább a gáz, annál nagyobb a molekulák átlagos távolsága (szabad úthossz), ennélfogva kisebb gyújtási feszültség hatására is felgyorsulhatnak az ütközési ionizációhoz szükséges sebességre. Összefoglalva:

Jó vezetőkben (fémekben, szénben) az elektromos áramot az elektronok, folyadékokban (elektrolitokban) az ionok, gázokban az ionok és az elektronok létesítik.

A gázok elektromos vezetését a gyakorlatban is hasznosítjuk.

Ha két szénrudat összeérintünk, majd széthúzzunk, az áramkör nem szakad meg. A negatív pólushoz kapcsolt szénrúdról elektronok válnak le, amelyek a pozitív pólus felé repülve, a levegőben levő gázmolekulákat ütközési ionizációval vezetővé teszik (ívfény).

Az orvosi higanygyógylámpa mindkét elektrodája higany; ezek a két végén meghajlított kvarcüveg csőben vannak (556. ábra). Gyújtáskor a csövet elforgatják; a higany a felső részből átfolyik az alsóba, és az elektrodákat egy pillanatra rövidre zárja. A higanyszál megszakadásakor ívfény keletkezik, amely gyógyhatású, ultraibolya sugarakban gazdag.

A villám is önálló kisülés, mely a felhő és a föld, vagy két különböző töltésű felhő között jön létre.

141. Elektromos vezetés ritkított gázokban

Ha nagyfeszültségű áramforráshoz kapcsolt üvegcövet lég-szivattyúval kötünk össze, és a szivattyút működésbe hozzuk, akkor a csőben különböző fényjelenségeket tapasztalunk.

A nagy feszültség hatására a ritkított gáztérben levő néhány ion ütközési ionizációt hoz létre. A katódra csapódó, nagysebességű pozitív ionok mozgási energiája a katód lemezét felmelegíti, és abból elektronok lépnek ki. Ezek felgyorsulva újabb ionokat létesítenek, és a kisülés fokozódik.

A kisebb sebességű elektronok azonban ütközéskor a semleges gázatomokat nem ionizálják, hanem a mozgási energiájuknak megfelelően az atom külső elektronjait távolabbi (külső) héjra lökik (gerjesztés; l.: Atomfizika). A gerjesztett atom azonban instabil; az elektronok rövid idő múlva visszaugranak a maghoz közelebbi héjra, és az energiakülönbségnek megfelelő színű fényt kisugározzák. A fény színe a gáz anyagi minőségétől függ: a higanygáz kék, a neon narancsvörös, a széndioxid fehér stb. színű.

Kb. 50 torr nyomáson — levegő esetén — kékeslila fényfonál látható össze az elektrodákat. A nyomás csökkentésével a fényfonál szélesedik, és kb. 10 torr-nál betölti az egész csövet (po-

zitiv fényoszlop). Ilyen csöveket használnak reklámvilágításra, színképelemzéssel végzett anyagvizsgálatra stb.

Ha a nyomást kb. 3 torr-ra csökkentjük, a pozitív fényoszlop rétegzetté válik, és a katódon halvány, kékes fény, az ún. negatív ködfény jelenik meg.

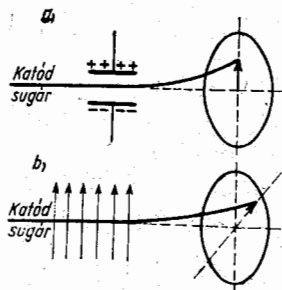
A ritkítás növelésével a pozitív fényoszlop egyre gyengébb lesz, és kb. 0,1 torr nyomáson már csak a negatív ködfény látszik.

Ha a ritkítás 0,03 torr-nál kisebb, akkor a csőben fényjelenséget nem észlelünk. Megfigyelhetjük azonban, hogy a katóddal szemben az üvegfal zöldes színben fluoreszkál (katódsugárzás).

Kb. 10^{-4} torr nyomás alatt mindenféle fényjelenség megszűnik, bármilyen nagy feszültséget alkalmazunk. Ilyen nagy ritkítás esetén kevés a gázmolekulák száma, az ütközési valószínűség a viszonylag nagy szabad úthossz miatt zérus, a gáztér hideg elektródák esetén tökéletesen szigetel.

142. Katód- és csősugárzás

Katódsugárzás. Kb. 10^{-2} torr nyomáson — mint már mondtuk — a kisülési cső elektromos erőterében felgyorsított töltéshordozók becsapódásakor a katóddal szemben az üveg zöldes színben fluoreszkál.



557. ábra. A katódsugár elhajlása a) elektromos; b) mágneses térben

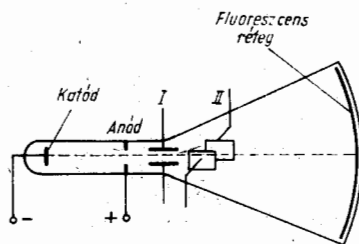
Kísérletileg igazolható, hogy ezek a katód felületéről merőlegesen kiinduló, ún. **katódsugarak** negatív töltésű részecskékből, elektronokból állnak. Az elektromos és a mágneses erőterében elhajlanak (557a, b ábra) mint az áramot vivő, hajlékony vezetők.

A sugarak hatására egyes

anyagok fluoreszkálnak (pl. a cinkszulfid), mások foszforeszkálnak.

A katódsugarakat elnyelő test erősen felmelegszik. Az élő szervezetre roncsoló hatásúak, a gázokat ionizálják.

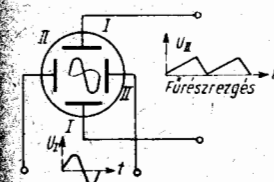
Katódsugárcső. A katódsugarak az elektromos és mágneses erőteré gyors változásait szinte tehetetlenség nélkül követik. Ezt a tulajdonságát hasznosítjuk a **katódsugárcsőben** (558. ábra).



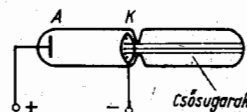
558. ábra. Katódsugárcső

A katódból kiinduló sugarak az anódfeszültség hatására felgyorsulnak, és két, egymásra merőlegesen elhelyezett kondenzátorlemezei között átrepülve, a cső kiszélesedő, fluoreszkáló rétegéig bevont végén világító fénypontot létesítenek.

Az első lemezpár segítségével függőleges, a másodikkal vízszintes irányban lehet a katódsugarakat eltéríteni (559. ábra).



559. ábra. Katódsugárcső eltérítő elektródái



560. ábra. Csősugarak

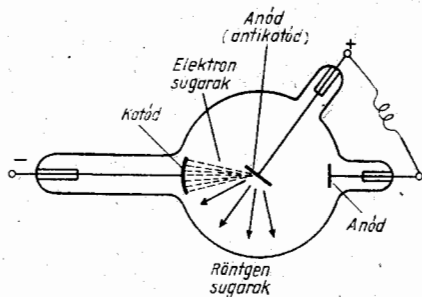
Ha a lemezekre megfelelő frekvenciájú váltakozófeszültséget kapcsolunk, akkor az ernyőn kirajzolódik a feszültség, az áram görbéje (**katódsugár-oscilloszkóp**).

A katódsugár eltérítésére tekercseket is alkalmaznak, amelyek a gerjesztő áramerősséggel arányos mágneses erőteret létesítenek. Ilyen berendezést találunk a tv adó- és vevőkészülékekben, a különböző radarberendezésekben stb.

Csősugarak. A katódsugarakkal ellentétes irányban is haladnak sugarak, amelyek a levegőben sárgás, hidrogénben pedig rózsaszínű fényjelenséget létesítenek. Ezek a **csősugarak** (anódsugarak) pozitív töltésű gázionok (560. ábra); elektromos és mágneses erőterében a katódsugárral ellentétes irányban haladnak el.

143. Röntgensugárzás

Röntgen német fizikus 1895-ben fedezte fel, hogy az erősen ritkított terű katódsugárcsőben a sugarak útjába helyezett fémlemez felületéről új, láthatatlan sugárzás (**röntgensugárzás**) indul ki (561. ábra), amely az üvegen áthatolva egy fluoreszkáló anyaggal (pl. cinkszulfiddal) bevont ernyőn fényjelenséget létesít.



561. ábra. Röntgensugarak keletkezése

E sugarak úgy keletkeznek, hogy a katódból kiinduló nagy sebességű elektronok az anódba ütköznek és ott lefékeződnek. Mozgási energiájuk részben röntgensugárzássá, részben hővé alakul át (l. még az Atomfizika c. részt).

A röntgensugarak egyenes vonalban terjednek. Az elektromos és a mágneses tér nem téríti el őket, az optikai szempontból átlátszatlan anyagokon is áthatolnak. Ezt hasznosítják a diagnosztikában röntgenfelvételek készítéséhez. A sugarak a gázokat (a levegőt) ionizálják.

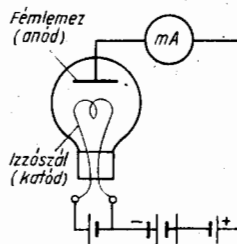
Már **Röntgen** feltételezte, hogy e sugarak a fényhez hasonló természetűek. Interferencia jelenséget azonban nem sikerült a közönséges optikai ráccsal kimutatni. Jóval később, 1912-ben, **Laue** német fizikus kristályok segítségével kimutatta a röntgensugarak interferenciáját.

A röntgensugarakat az orvosi diagnosztikában és terápiában, ill. az iparban, a különböző anyagvizsgálatokhoz (belső anyaghibák kimutatásához) használják fel.

144. Elektroncsövek

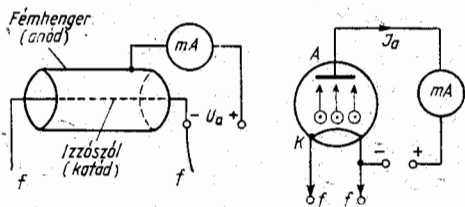
Elektronemisszió. Dióda. **Edison** fedezte fel, hogy a kb. 10^{-4} torr-nál kisebb nyomású gáztér is vezetővé válik, ha az 562. ábra szerint a ritkított térben az izzólámpa fémzára izzik (a bekapcsolt műszer áramot jelez). A hő hatására ui. a fémzárlan levő szabad elektronok mozgási energiája annyira megnő, hogy kilépnek a fém felületéről, és a pozitív feszültségre kapcsolt lemez felé repülnek (**termikus elektronemisszió**).

Ugyanez a működési elve a híradástechnikai berendezésekben alkalmazott legegyszerűbb elektroncsőnek, a két elektródás **dió-**



562. ábra. Termikus elektronemisszió

dának. Az izzószál az áramforrás negatív sarkához kapcsolt katód (563. ábra; K) és a fémhenger a pozitív sarkához kapcsolt anód (A). Az izzószálból kilépő elektronok az anódlemez vonzó hatására a cső ritkított terén átrepülnek, és zárt áramkört létesítenek.

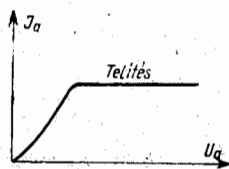


563. ábra. Dióda

Az anódfeszültség (U_a) növelésével egy ideig megközelítően arányosan növekszik az anóddáram (I_a). Egy bizonyos feszültségértéktől kezdve azonban az anóddáram állandó (telítés), mert a katódból kilépő összes elektron eléri az anódlemezt (564. ábra).

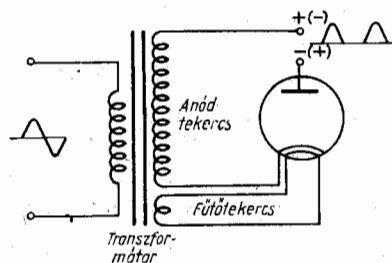
Ha a katódot nem izzítják, vagy az anódlemezt az áramforrás negatív sarkához kapcsolják, az anódkörben áram nem folyik.

Az izzókatód elektronkibocsátó képessége (emisszió) az izzószál anyagi minőségétől, méreteitől és az izzítási hőmérséklettől függ. Ha az izzószál maga az elektront kibocsátó katód, akkor közvetlen fűtésről beszélünk. Közvetett fűtés esetén a szigetelő réteggel bevont fűtőszál egy vékony fémhengerrel izzít, s ennek külső felületén levő aktív rétegből (bárium-, stronciumoxid) lépnek ki az elektronok.



564. ábra. $U_a - I_a$ görbe

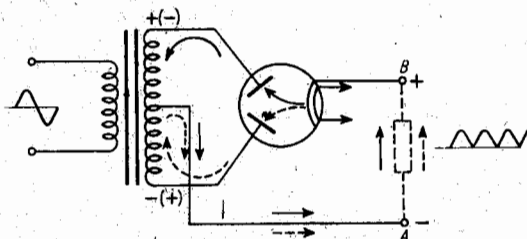
Egyenirányítás. A diódát leginkább a váltakozóáram egyenirányítására használják. Az 565. ábra szerinti kapcsolásban az



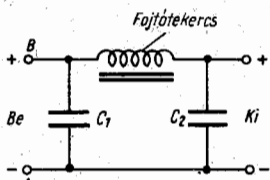
565. ábra. Egyutas egyenirányítás

egyik félperiódusban az anódlemez pozitív, a csövön keresztül az izzószálból kilépő elektronok az anód felé haladnak (a cső „átvezet”). A másik félperiódusban az anód negatív, nincs anóddáram (a cső zár). Az anódkörbe kapcsolt ellenálláson lüktető, szaggatott egyenáram folyik át (egyutas egyenirányítás). Két dióda vagy egybeépített kettős dióda segítségével a váltakozóáram mindkét félperiódusa egyenirányítható (566. ábra; kétutas egyenirányítás).

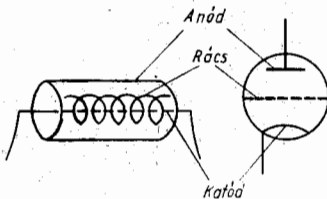
Mindkét esetben a keletkező lüktető egyenáramot nagy kapacitású kondenzátorokból és vasmagos tekercsből vagy ellen-



566. ábra. Kétutas egyenirányítás



567. ábra. Szűrőtag

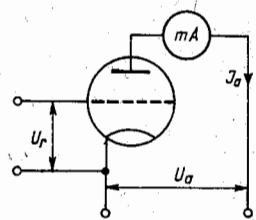


568. ábra. Trióda

állásból álló szűrőtagon vezetjük át (567. ábra), amely a váltakozóáramú ingadozásokat „kiszimítja”, és a fogyasztó gyakorlatilag „tisztá” egyenáramot kap.

Trióda. A háromelektródás elektroncsőben, a triódaiban a katód és az anód közé vékony huzalból készített tekercset (rácsot) szerelnek (568. ábra). A rács feszültségének változtatásával szabályozni lehet az anódra repülő elektronok számát, az anóddáram nagyságát.

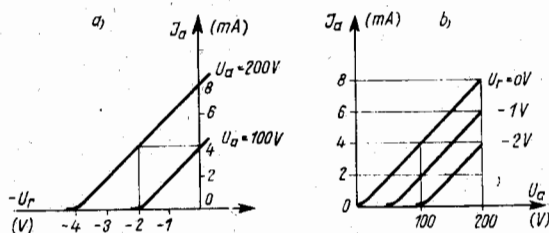
Ha az 569. ábra szerinti kapcsolásban a rács feszültségét (U_r) a katódhoz képest egyre negatívabbá tesszük, akkor a rács egyre kevesebb elektront enged át az anódhoz, tehát az anóddáram (I_a) egyre jobban csökken. Ha pedig kisebb a rács negatív feszültsége, több elektron éri el az anódlemezt, az anóddáram nő. Ha a rács a katódhoz képest pozitív, akkor az elektronok egy részét felgyorsítja, más részét azonban magához vonzza, és így a rácskörben is áram folyik. Speciális kapcsolásoktól eltekintve, a gyakorlatban leginkább negatív feszültségű rácsvezérlést alkalmazunk.



569. ábra. Trióda (elvi kapcsolás)

Csőkarakterisztikák. Ha állandó anódfeszültséget (U_a) mellett az anóddáramot (I_a) a rácsfeszültség (U_r) függvényében felmérjük,

akkor a trióda működésére jellemző *csőkarakterisztikát*, az ún. *rácsgörbét* kapjuk (570a ábra). Nagyobb anódfeszültség esetén az előbbivel megközelítően párhuzamos, de a negatívabb rácsfeszültség területre eltolódott görbét kapunk.



570. ábra. a) Rácsgörbe; b) anódgörbe

Állandó rácsfeszültség mellett az anóddáram változását az anódfeszültség függvényében az ún. *anódgörbe* mutatja (570b ábra). Negatívabb rácsfeszültség esetén megközelítően párhuzamos, de jobb felé eltolódott görbét kapunk.

Erősítés. A trióda segítségével a feszültséget erősíteni lehet. Ha az 571a ábra szerint a rács feszültsége ± 1 V-tal változik, és az áramerősség változása $\Delta I_a = \pm 2$ mA, akkor pl. az anódkörbe kapcsolt $R = 50$ k Ω -os ellenállás sarkain *Ohm* törvényének megfelelően

$$\Delta U_a = R \Delta I_a = \pm 5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ V} = \pm 100 \text{ V}$$

feszültségváltozás jön létre (571b ábra). A trióda feszültség-erősítése tehát 50-szeres. (A felvett számpéldában a tényleges viszonyokat leegyszerűsítettük; nem vettük tekintetbe a cső belső ellenállásából adódó eltéréseket).

A rács ún. *előfeszültségét* (571a ábra: -2 V) úgy választjuk meg, hogy a váltakozófeszültség (vezérlőfeszültség) a görbe egyenes szakaszára essék.

zítív fényoszlop). Ilyen csöveket használnak reklámvilágításra, szinképelemzéssel végzett anyagvizsgálatra stb.

Ha a nyomást kb. 3 torr-ra csökkentjük, a pozitív fényoszlop rétegezetté válik, és a katódon halvány, kékes fény, az ún. negatív ködfény jelenik meg.

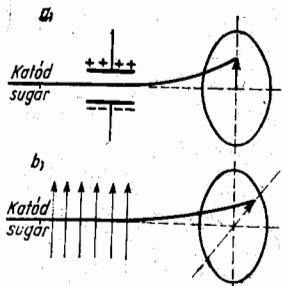
A ritkítás növelésével a pozitív fényoszlop egyre gyengébb lesz, és kb. 0,1 torr nyomáson már csak a negatív ködfény látszik.

Ha a ritkítás 0,03 torr-nál kisebb, akkor a csőben fényjelenséget nem észlelünk. Megfigyelhetjük azonban, hogy a katóddal szemben az üvegfal zöldes színben fluoreszkál (katódsugárzás).

Kb. 10^{-4} torr nyomás alatt mindenféle fényjelenség megszűnik, bármilyen nagy feszültséget alkalmazunk. Ilyen nagy ritkítás esetén kevés a gázmolekulák száma, az ütközési valószínűség a viszonylag nagy szabad úthossz miatt zérus, a gáztér hideg elektródák esetén tökéletesen szigetel.

142. Katód- és csősugárzás

Katódsugárzás. Kb. 10^{-2} torr nyomáson — mint már mondtuk — a kisülési cső elektromos erőterében felgyorsított töltéshordozók becsapódásakor a katóddal szemben az üveg zöldes színben fluoreszkál.



557. ábra. A katódsugár elhajlása a) elektromos; b) mágneses térben

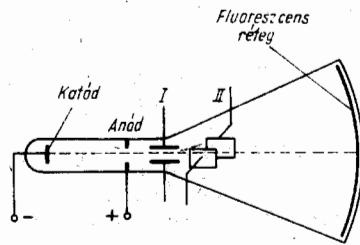
Kísérletileg igazolható, hogy ezek a katód felületéről merőlegesen kiinduló, ún. **katódsugarak** negatív töltésű részecskékből, elektronokból állnak. Az elektromos és a mágneses erőterben elhajlanak (557a, b ábra) mint az áramot vivő, hajlékony vezető.

A sugarak hatására egyes

anyagok fluoreszkálnak (pl. a cinkszulfid), mások foszforeszkálnak.

A katódsugarakat elnyelő test erősen felmelegszik. Az élő szervezetre roncsoló hatásúak, a gázokat ionizálják.

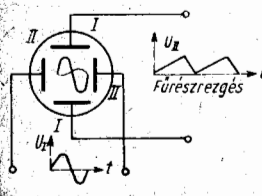
Katódsugárcső. A katódsugarak az elektromos és mágneses erőter gyors változásait szinte tehetetlenség nélkül követik. Ezt a tulajdonságát hasznosítjuk a **katódsugárcsőben** (558. ábra).



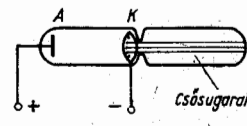
558. ábra. Katódsugárcső

A katódból kiinduló sugarak az anódfeszültség hatására felgyorsulnak, és két, egymásra merőlegesen elhelyezett kondenzátor lemezei között átrepülve, a cső kiszélesedő, fluoreszkáló réteggel bevont végén világító fénypontot létesítenek.

Az első lemezpár segítségével függőleges, a másodikkal vízszintes irányban lehet a katódsugarakat eltéríteni (559. ábra).



559. ábra. Katódsugárcső eltérítő elektródái



560. ábra. Csősugarak

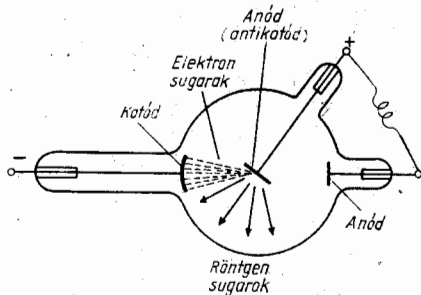
Ha a lemezekre megfelelő frekvenciájú váltakozófeszültséget kapcsolunk, akkor az ernyőn kirajzolódik a feszültség, az áram görbéje (**katódsugár-oscilloszkóp**).

A katódsugár eltérítésére tekercseket is alkalmaznak, amelyek a gerjesztő áramerősséggel arányos mágneses erőteret létesítenek. Ilyen berendezést találunk a tv adó- és vevőkészülékekben, a különböző radarberendezésekben stb.

Csősugarak. A katódsugarakkal ellentétes irányban is haladnak sugarak, amelyek a levegőben sárgás, hidrogénben pedig rózsaszínű fényjelenséget létesítenek. Ezek a **csősugarak** (anódsugarak) pozitív töltésű gázionok (560. ábra); elektromos és mágneses erőterben a katódsugárral ellentétes irányban hajlanak el.

143. Röntgensugárzás

Röntgen német fizikus 1895-ben fedezte fel, hogy az erősen ritkított terű katódsugárcsőben a sugarak útjába helyezett fémlemez felületéről új, láthatatlan sugárzás (**röntgensugárzás**) indul ki (561. ábra), amely az üvegen áthatolva egy fluoreszkáló anyaggal (pl. cinkszulfiddal) bevont ernyőn fényjelenséget létesít.



561. ábra. Röntgensugarak keletkezése

E sugarak úgy keletkeznek, hogy a katódból kiinduló nagy sebességű elektronok az anódba ütköznek és ott lefékeződnek. Mozgási energiájuk részben röntgensugárzássá, részben hővé alakul át (l. még az Atomfizika c. részt).

A röntgensugarak egyenes vonalban terjednek. Az elektromos és a mágneses tér nem téríti el őket, az optikai szempontból átlátszatlan anyagokon is áthatolnak. Ezt hasznosítják a diagnosztikában röntgenfelvételek készítéséhez. A sugarak a gázokat (a levegőt) ionizálják.

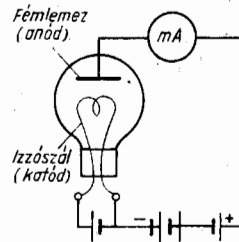
Már **Röntgen** feltételezte, hogy e sugarak a fényhez hasonló természetűek. Interferencia jelenséget azonban nem sikerült a közönséges optikai ráccsal kimutatni. Jóval később, 1912-ben, **Laue** német fizikus kristályok segítségével kimutatta a röntgensugarak interferenciáját.

A röntgensugarakat az orvosi diagnosztikában és terápiában, ill. az iparban, a különböző anyagvizsgálatokhoz (belső anyaghibák kimutatásához) használják fel.

144. Elektroncsövek

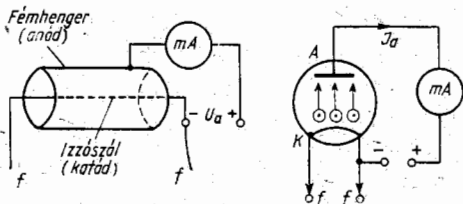
Elektronemisszió. Dióda. **Edison** fedezte fel, hogy a kb. 10^{-4} torr-nál kisebb nyomású gáztér is vezetővé válik, ha az 562. ábra szerint a ritkított térben az izzólámpa fémszála izzik (a bekapcsolt műszer áramot jelez). A hő hatására ui. a fémszálaban levő szabad elektronok mozgási energiája annyira megnő, hogy kilépnek a fém felületéről, és a pozitív feszültségre kapcsolt lemez felé repülnek (**termikus elektronemisszió**).

Ugyanez a működési elve a híradástechnikai berendezésekben alkalmazott legegyszerűbb elektroncsőnek, a katelektrodás dió-



562. ábra. Termikus elektronemisszió

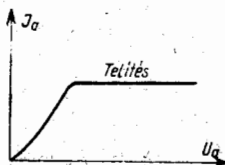
dának. Az izzószál az áramforrás negatív sarkához kapcsolt katód (563. ábra; K) és a fémhenger a pozitív sarkához kapcsolt anód (A). Az izzószálból kilépő elektronok az anódlemez vonzó hatására a cső ritkított terén átrepülnek, és zárt áramkört létesítenek.



563. ábra. Dióda

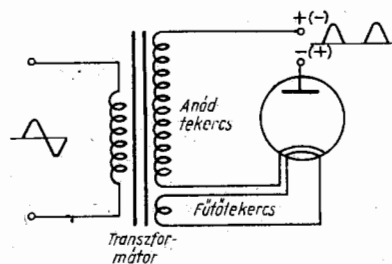
Az anódfeszültség (U_a) növelésével egy ideig megközelítően arányosan növekszik az anódaáram (I_a). Egy bizonyos feszültségértéktől kezdve azonban az anódaáram állandó (telítés), mert a katódból kilépő összes elektron eléri az anódlemezt (564. ábra).

Ha a katódot nem izzítják, vagy az anódlemezt az áramforrás negatív sarkához kapcsolják, az anódkörben áram nem folyik. Az izzókatód elektronkibocsátó képessége (emisszió) az izzószál anyagi minőségétől, méreteitől és az izzítási hőmérséklettől függ. Ha az izzószál maga az elektront kibocsátó katód, akkor közvetlen fűtésről beszélünk. Közvetett fűtés esetén a szigetelő réteggel bevont fűtőszál egy vékony fémhengert izzít, s ennek külső felületén levő aktív rétegből (bárium-, stronciumoxid) lépnek ki az elektronok.



564. ábra. $U_a - I_a$ görbe

Egyenirányítás. A diódát leginkább a váltakozóáram egyenirányítására használják. Az 565. ábra szerinti kapcsolásban az

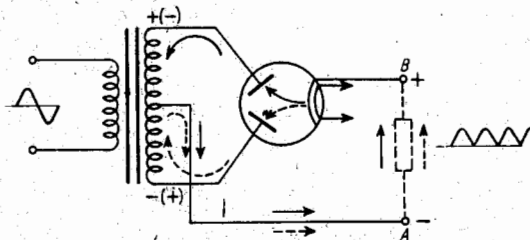


565. ábra. Egyutas egyenirányítás

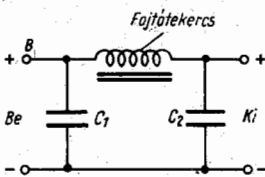
egyik félperiódusban az anódlemez pozitív, a csövön keresztül az izzószálból kilépő elektronok az anód felé haladnak (a cső „átvezet”). A másik félperiódusban az anód negatív, nincs anódaáram (a cső zár). Az anódkörbe kapcsolt ellenálláson lüktető, szaggatott egyenáram folyik át (egyutas egyenirányítás).

Két dióda vagy egybeépített kettős dióda segítségével a váltakozóáram mindkét félperiódusa egyenirányítható (566. ábra; kétutas egyenirányítás).

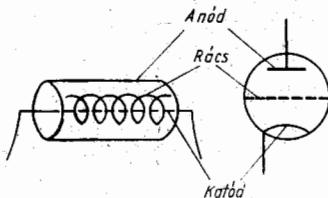
Mindkét esetben a keletkező lüktető egyenáramot nagy kapacitású kondenzátorokból és vasmagos tekercsből vagy ellen-



566. ábra. Kétutas egyenirányítás



567. ábra. Szűrőtag

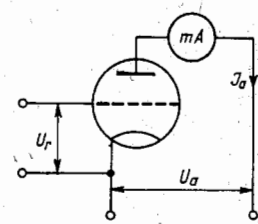


568. ábra. Trióda

állásból álló szűrőtagon vezetjük át (567. ábra), amely a váltakozóáramú ingadozásokat „kisimítja”, és a fogyasztó gyakorlatilag „tisztá” egyenáramot kap.

Trióda. A háromelektrodás elektroncsőben, a trióda-ban a katód és az anód közé vékony huzalból készített tekercset (rácst) szerelnek (568. ábra). A rácst feszültségének változtatásával szabályozni lehet az anódra repülő elektronok számát, az anódaáram nagyságát.

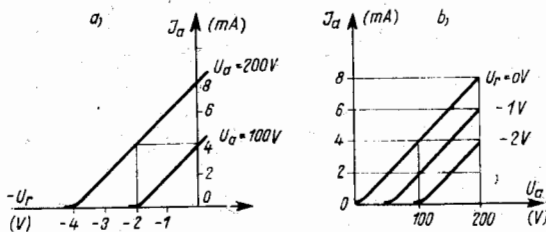
Ha az 569. ábra szerinti kapcsolásban a rácst feszültségét (U_r) a katódhoz képest egyre negatívabbá tesszük, akkor a rácst egyre kevesebb elektront enged át az anódhoz, tehát az anódaáram (I_a) egyre jobban csökken. Ha pedig kisebb a rácst negatív feszültsége, több elektron éri el az anódlemezt, az anódaáram nő. Ha a rácst a katódhoz képest pozitív, akkor az elektronok egy részét felgyorsítja, más részét azonban magához vonzza, és így a rácstörben is áram folyik. Speciális kapcsolásoktól eltekintve, a gyakorlatban leginkább negatív feszültségű rácstvezérlést alkalmazunk.



569. ábra. Trióda (elvi kapcsolás)

Csőkarakterisztikák. Ha állandó anódfeszültség (U_a) mellett az anódaáramot (I_a) a rácstfeszültség (U_r) függvényében felmérjük,

akkor a trióda működésére jellemző csőkarakterisztikát, az ún. rácsgörbét kapjuk (570a ábra). Nagyobb anódfeszültség esetén az előbbivel megközelítően párhuzamos, de a negatívabb rácstfeszültség területre eltolódott görbét kapunk.



570. ábr. a) Rácstgörbe; b) anódgörbe

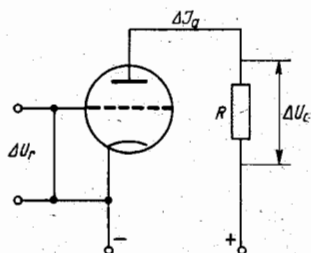
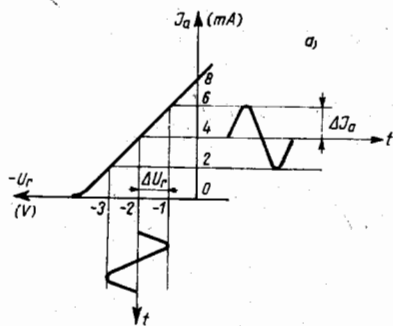
Állandó rácstfeszültség mellett az anódaáram változását az anódfeszültség függvényében az ún. anódgörbe mutatja (570b ábra). Negatívabb rácstfeszültség esetén megközelítően párhuzamos, de jobb felé eltolódott görbét kapunk.

Erősítés. A trióda segítségével a feszültséget erősíteni lehet. Ha az 571a ábra szerinti a rácst feszültsége ± 1 V-tal változik, és az áramerősség változása $\Delta I_a = \pm 2$ mA, akkor pl. az anódkörbe kapcsolt $R = 50$ k Ω -os ellenállás sarkain Ohm törvényének megfelelően

$$\Delta U_a = R \Delta I_a = \pm 5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ V} = \pm 100 \text{ V}$$

feszültségváltozás jön létre (571b ábra). A trióda feszültség-erősítése tehát 50-szeres. (A felvett számpéldában a tényleges viszonyokat leegyszerűsítettük; nem vettük tekintetbe a cső belső ellenállásából adódó eltéréseket).

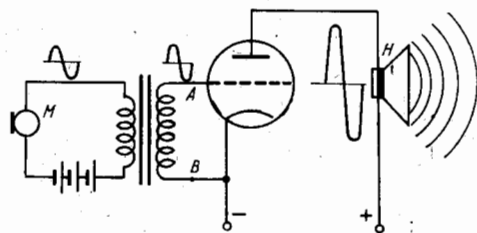
A rácst ún. előfeszültségét (571a ábra: -2 V) úgy választjuk meg, hogy a váltakozófeszültség (vezérlőfeszültség) a görbe egyenes szakaszára essék.



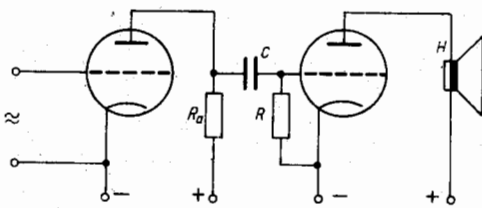
571. ábra. Erősítés trióddal

Az 572. ábrán egy mikrofonerősítő elvi kapcsolását láthatjuk. A mikrofon a hangrezgéseket elektromos rezgésekké alakítja át. A transzformátor a hangrezgéseknek megfelelő feszültségváltozásokat felerősítve, a trióda rácshoz vezeti. A cső erősítő hatására megnövekedett anódáram-változás a hangszórót megszólaltatja.

Az erősítés a célnak megfelelően nemcsak egy, hanem több



572. ábra. Mikrofonerősítő (elvi kapcsolása)

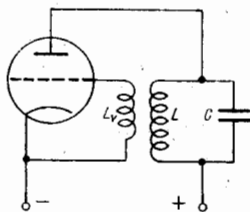


573. ábra. Kétfokozatú erősítő

fokozatban (több elektroncsővel) is végezhető. Az 573. ábra egy kétfokozatú erősítő elvi kapcsolását tünteti fel. A C kondenzátor az egyenfeszültséget zárja el a rácstól, R pedig az ún. rácsevezető ellenállás.

Az erősítés fokozására, a torzítások, gerjedések csökkentésére, keverésre stb. többirásos elektroncsöveket használnak (pentóda, hexóda, heptóda stb.)

Rezgéskeltés. Állandó amplitúdójú, csillapítatlan rezgések előállításához szükséges, hogy a rezgőkör energiavesztését pótoljuk. Erre igen alkalmas a trióda.



574. ábra. Meissner-típusú rezgéskeltő

Az 574. ábrán vázolt ún. Meissner-féle rezgéskeltő a visszacsatolás elve alapján működik. Az LC rezgőkör a cső anódkörében van, rácskörét pedig az L_v visszacsatoló tekercsel inductíve csatoljuk a rezgőkör tekercsével.

A rezgőkör L tekercsében a mágneses fluxus változása az L_v tekercsben olyan feszültséget indukál, amely a rácstól a rezgőkör frekvenciájának ütemében

vezérli. A rácshoz tartozó feszültség változása olyan anódáram-változást létesít, mely a rezgőkör veszteségeit az anódtelen energiájából pótolja. A visszacsatolt energia nagyságát a tekercsek áttétele és távolsága (csatolása) határozza meg.

J) ELEKTROMOS ÁRAM FÉLVEZETŐKBEN

145. A félvezetők alaptulajdonságai

A bevezető részben már mondtuk, hogy vannak egyes anyagok, az ún. félvezetők, amelyek bizonyos körülmények között szigetelőként, máskor vezetőként viselkednek. A kémiaiilag teljesen tiszta félvezetők, pl. a germánium, szilícium, a szelén stb. igen kis hőmérsékleten lényegében nagy ellenállású szigetelőanyagok. Ez azt jelenti, hogy gyakorlatilag nincsenek szabad elektronjaik. Pl. a négyvegyértékű germánium olyan kristályrácsot alkot, amelyben minden atom négy szomszédos atomhoz kapcsolódik. A keletkező nemesgáz-konfiguráció miatt (elektron-oktett; l.: Atomfizika) a germánium kémiaiilag stabil szerkezetű szigetelő.

A hőmérséklet növekedésével azonban a kristály atomjainak szaporább hőmozgása következtében egyes elektronok kiszakadnak a vegyértékkötésből, szabad elektronokká válnak. Vagyis a hőmérséklet növekedésével csökken a kristály ellenállása, nő a vezetése (negatív hőfoktényező). A félvezetőknek ezt a tulajdonságát felhasználják a hőmérséklet mérésére (termisztorok).

Nemcsak hő, hanem fény hatására is kiszakadhatnak elektronok a vegyértékkötésből. Minél nagyobb a fény erőssége, annál több szabad elektron keletkezik (l.: fényelemek).

Saját vezetés. Ha a félvezetők atomjainak külső héjából elektronok szakadnak le, helyükben egy-egy „lyuk”, vagyis pozitív töltés (elektronhiány) keletkezik. Nyilvánvaló, hogy a tiszta kristályban annyi a lyuk, amennyi a szabad elektron.

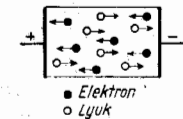
Igen érdekes, hogy nemcsak az elektronok, hanem a lyukak is „mozognak”. A hőmozgás következtében ui. a lyuk közelében

levő kötött elektron beugorhat a lyukba. Ezáltal most a beugrott elektron helyén keletkezik újra egy lyuk s. f. t. Ha a lyukba szabad elektron ugrik be, visszaáll az eredeti semleges állapot (*rekombináció*). Adott hőmérsékleten azonban egyensúlyi helyzet jön létre a keletkező elektronok, lyukak és a rekombinálandó töltéshordozók között.

Vizsgáljuk meg, mi történik, ha a germániumkristályt szabadhőmérsékleten egyenáramú áramkörbe kapcsoljuk. A töltéshordozók mozgása a feszültségtől függően kisebb-nagyobb mértékben rendezetté válik, és a bekapcsolt műszer néhány μA erősségű áramot jelez. A szabad elektronok a pozitív pólus felé vándorolnak. Egyes elektronok beugorhatnak a pozitív „lyukakba”, újabb elektronok válnak szabaddá s. f. t. A helyzet tehát olyan, hogy az elektronok kívül a lyukak is mozognak a negatív pólus felé (575. ábra). Az elektronáram és a „lyukáram” együttesen, egyenlő mértékben, de ellentétes irányban létesíti a kristály ún. *saját vezetését*. Éppen ez az egyik lényeges különbség a félvezetők és a fémek vezetők áramvezetése között.

Szennyeződéses vezetés. Állandó hőmérsékleten a szabad elektronok vagy a „lyukak” számának növelésével a félvezető ellenállása csökken, vezetőképessége nő. Erre a következő lehetőség van. Ha a félvezetőt, pl. a négyvegyértékű germániumot egy ötvegyértékű elemmel, pl. arzénal szennyezzük, ekkor ennek csak négy elektronja kapcsolódik a szomszédos germániumatomok külső elektronhéjához; az ötödik elektronja azonban szabaddá válik. A tiszta germániumban 20°C -on kb. egy milliárd atomra jut egy szabad elektron. Ha azonban egy milliárd résznyi arzénal szennyezzük, akkor egy millió germánium atomra jut egy szennyező arzénatom, vagyis ezerszer nagyobb lesz a szabad elektronok száma. Az ilyen ötvegyértékű elemmel szennyezett, nagyobb vezetőképességű germánium ún. *n-típusú* (*n*: negatív) félvezető.

640



575. ábra. Elektron- és lyukáram

hordozók mozgása a feszültségtől függően kisebb-nagyobb mértékben rendezetté válik, és a bekapcsolt műszer néhány μA erősségű áramot jelez. A szabad elektronok a pozitív pólus felé vándorolnak. Egyes elektronok beugorhatnak a pozitív „lyukakba”, újabb elektronok válnak szabaddá s. f. t. A helyzet tehát olyan, hogy az elektronok kívül a lyukak is mozognak a negatív pólus felé (575. ábra). Az elektronáram és a „lyukáram” együttesen, egyenlő mértékben, de ellentétes irányban létesíti a kristály ún. *saját vezetését*. Éppen ez az egyik lényeges különbség a félvezetők és a fémek vezetők áramvezetése között.

Szennyeződéses vezetés. Állandó hőmérsékleten a szabad elektronok vagy a „lyukak” számának növelésével a félvezető ellenállása csökken, vezetőképessége nő. Erre a következő lehetőség van. Ha a félvezetőt, pl. a négyvegyértékű germániumot egy ötvegyértékű elemmel, pl. arzénal szennyezzük, ekkor ennek csak négy elektronja kapcsolódik a szomszédos germániumatomok külső elektronhéjához; az ötödik elektronja azonban szabaddá válik. A tiszta germániumban 20°C -on kb. egy milliárd atomra jut egy szabad elektron. Ha azonban egy milliárd résznyi arzénal szennyezzük, akkor egy millió germánium atomra jut egy szennyező arzénatom, vagyis ezerszer nagyobb lesz a szabad elektronok száma. Az ilyen ötvegyértékű elemmel szennyezett, nagyobb vezetőképességű germánium ún. *n-típusú* (*n*: negatív) félvezető.

640

A vezetőképesség másképpen is növelhető. Ha pl. a tiszta germániumot háromvegyértékű elemmel, pl. indiummal szennyezzük, akkor ennek három elektronja csak három germániumatommal kapcsolódhat. A zárt elektronhéj úgy alakul ki, hogy egy szomszédos germániumkötésből ugrik be egy elektron. Ezáltal annak a helyén „lyuk” keletkezik. Egy milliód résznyi indiummal szennyezett germániumban a „lyukak” száma ezerszer több lesz mint a tiszta germániumban, vagyis a vezetőképessége ezerszer nagyobb. Az ilyen háromvegyértékű elemmel szennyezett germánium ún. *p-típusú* (*p*: pozitív) félvezető.

Ha tehát a szennyező elemmel a szabad elektronok száma növekszik, akkor *n-típusú*, ha pedig a pozitív töltések, a „lyukak” száma növekszik, akkor *p-típusú* a félvezető.

Mindkét esetre jellemző, hogy a szennyeződéssel a kristály ellenállása csökken, az ún. *szennyeződéses vezetése* nő. Természetesen megmarad a saját vezetése is, de ez gyakorlatilag elhanyagolható a szennyeződéses vezetés mellett.

Szabad töltéshordozók keletkezhetnek ún. *rács hibák* miatt, ha pl. a rácspontok közé ékelődik egy atom, vagy a rácspontokból hiányzik egy atom. Az első esetben *n-típusú*, a másodikban *p-típusú* a hibahely.

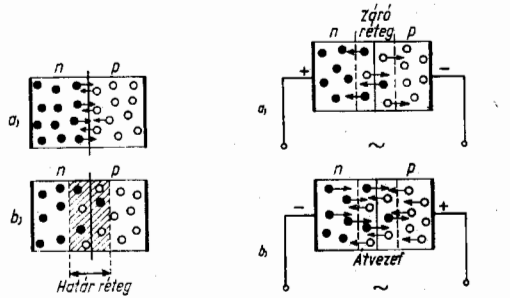
146. A félvezető dióda

A határréteg. Vizsgáljuk meg, mi történik, ha pl. a germániumkristály egyik felét *n-típusú*, a másikat *p-típusú* elemmel szennyezzük. Az érintkezési felületen a vonzóhatás és a hőmozgás következtében elektronok lépnek át az *n-rétegből* a *p-rétegbe*, tehát ez utóbbiban kevesebb lesz a „lyukak” száma. Ha pedig a *p-rétegből* az *n-be* egy pozitív töltés, „lyuk” átjut, az utóbbiban még jobban csökken a szabad elektronok száma (576a ábra). Észertint az érintkező felület egy vékony rétegében, az ún. *határrétegben* az ellenállás megnő, a vezetőképesség csökken (576b ábra).

Kristálydióda. Kapcsoljuk az *n-p* kristályt váltakozófeszültségű áramforrás sarkaihoz. Az egyik félperiódusban pl. a bal oldali *n-réteg* a pozitív, a jobb oldali *p-réteg* a negatív. A szabad

41 Fizika 3.

641



576. ábra. A határréteg kialakulása

577. ábra. A kristálydióda működése

elektronok a pozitív, a „lyukak” a negatív pólus felé mozognak (577a ábra). Ebben a félperiódusban tehát a határrétegben alig marad töltéshordozó, zárórétggé alakul, a kristály ellenállása megnő, vezetőképessége csökken. Ezt az esetet *záró irányú* kapcsolásnak vagy záró irányú előfeszítésnek nevezzük. A másik félperiódusban a bal oldali negatív feszültség a szabad elektronokat, ill. a jobb oldalon a pozitív feszültség a „lyukakat” a határrétegbe taszítja, tehát itt megnövekszik a töltések száma (577b ábra), csökken a kristály ellenállása, növekszik a vezetőképessége. Észertint az *n-p* félvezető rendszer a váltakozóáram egyenirányítására alkalmas; az egyik irányban a másikhoz képest 10 000 — 100 000-szer nagyobb az ellenállás, vagyis az egyik irányban zár, a másikban átvezet. Az ilyen típusú egyenirányító az ún. *kristálydióda*.

Egy másik fajtája a *csiccedióda* vagy *tűsdióda*. Ez *n-típusú* germánium- vagy szilíciumkristályból és vele rugalmasan érintkező wolfram- vagy aranytűből áll. A *p-réteget* erős áramimpulzussal alakítják ki, miközben a hő hatására a kristály és a tű összeheged. A rendkívül kis érintkező felület (határréteg) lehetővé teszi kisebb erősségű 10^9 Hz nagyságrendű váltakozóáram egyenirányítását is.

642

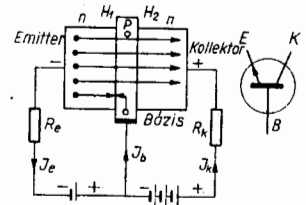
A kristálydióda előnye az elektroncsöves diódaival szemben az igen kis méretek mellett az egyszerű konstrukció, a jóval nagyobb üzemeltetési idő, és még ami a legfontosabb, nincs szükség fűtőáramforrásra.

147. A tranzisztor

Az elektronikában forradalmi változást jelentett 1948-ban az amerikai *Bardeen*, *Brattain* és *Shockley* felfedezése, a *tranzisztor*. Ez lényegében három rétegből álló szennyezett félvezető rendszer. Aszerint, hogy a középső vékony réteg, az ún. *bázis* milyen típusú, megkülönböztetünk *n-p-n* és *p-n-p* rétegt tranzisztor. E három rétegnek megfelelően két határréteg van (578. ábra; H_1 , H_2), vagyis a kristály lényegében két ellenkapcsolású dióda. Ha a bal oldali dióda *n-rétegre* (*emitter*) a bázisához képest nyitó irányú, a jobb oldali dióda *n-rétegre* (*kollektor*) a bázisához képest záró irányú előfeszítést adunk, azt tapasztaljuk, hogy a bázisáram (I_b) elenyészően kicsi, míg a kollektoráram (I_k) az emitterárammal (I_e) közel megegyező nagyságú.

E jelenség magyarázata a következő. Az emittertől szabad elektronok, a bázisból pedig „lyukak” haladnak a H_1 határréteg felé. De mivel a középső *p-réteg*, a bázis igen vékony (kb. $50 \mu\text{m}$), tehát az elektronok túlnyomó többsége befut a H_2 rétegbe, majd onnan a kollektoron át zárja az áramkört. A nem rekombinálandó elektronok, ill. „lyukak” hozzák létre a bázisáramot.

A tranzisztor erősítő hatását — kissé leegyszerűsítve — a következőképpen magyarázzuk. Az emitter—bázis dióda nyitó irányú előfeszítéséhez elegendő $0,1 \text{ V}$ nagyságrendű feszültség. Ez azt jelenti, hogy már kis feszültségváltozás jelentősen meg-



578. ábra. Tranzisztor (n-p-n)

41*

643

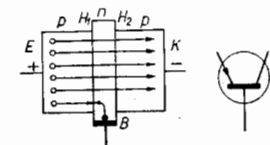
változtatja az I_c áram értékét. S mivel a kollektoráram $I_k \approx I_c$, tehát a kollektorkörbe kötött megfelelő ellenálláson jóval nagyobb feszültségváltozás jön létre. Ez természetesen abból következik, hogy a kollektor—bázis dióda záró irányú előfeszítéséhez kb. 50...100-szor nagyobb feszültség szükséges, mint az emitter—bázis nyitó feszültsége.

A $p-n-p$ rétegtranzisztor működési elve az előbbivel megegyező. A lényeges különbség, hogy az emitterből „lyukak” haladnak a kollektor felé. Természetesen az áramforrásokat fordított polaritással kell bekapcsolni (579. ábra).

Működési elvét tekintve, a tranzisztor a triódához hasonló. Az emitterréteg a katódnak, a kollektorréteg az anódnak, a bázis pedig a rácának felel meg.

Lényeges különbség, hogy a tranzisztor áramerősítő, a trióda viszont feszültségerősítő elem.

Előnye az elektroncsővel szemben, hogy nincs szükség fűtésre, jóval kisebb feszültségű áramforrással (4,5...9 V) üzemeltethető, élettartama igen nagy. Előnye még a jóval kisebb méreteken kívül a nagy mechanikai szilárdság, az üzembiztonság és kapcsolásokban a sokkal jobb hatások. A jelenleg forgalomban levő tranzisztorok hátránya az elektroncsövekhez viszonyított kisebb teljesítmény, a nagyobb alapzajsínt, a hőmérsékletre való érzékenység és erősítésben a kisebb frekvenciahatár.

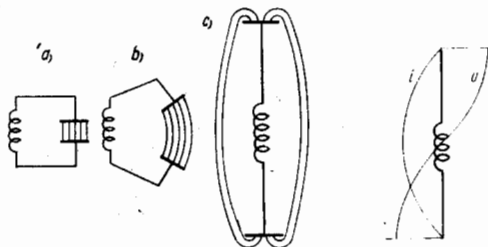


579. ábra. Tranzisztor ($p-n-p$)

148. Nyitott rezgőkör (antenna)

A rezgőkörben a kondenzátor lemezei között periodikusan váltakozó erősségű elektromos tér keletkezik. A tekercsben pedig azonos periódusban, de 90° -os fáziskülönbséggel váltakozik a mágneses tér. Az elektromos és a mágneses erőter változásai egymással szoros kapcsolatban, együttesen fejtik ki hatásukat.

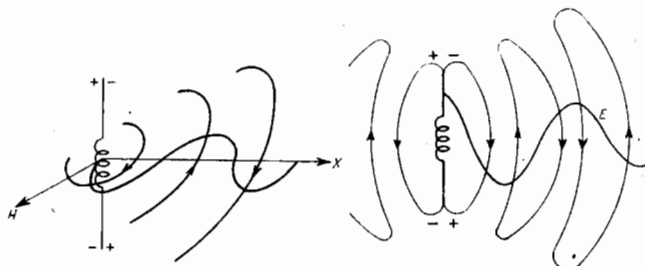
Az elektromos és mágneses térerősség-változásokat elektromágneses rezgéseknek, a térben tovaterjedő hullámait pedig elektromágneses hullámoknak nevezzük.



580. ábra. a) Zárt; b) félig nyitott; c) nyitott rezgőkör

581. ábra. Antenna

A zárt rezgőkör elektromágneses hullámainak térbeli távolhatása gyenge, mivel az elektromos erőter változása gyakorlatilag csak a kondenzátor lemezei között folyik (580a ábra). Ha azonban a kondenzátor lemezeit egyre jobban szétnyitjuk

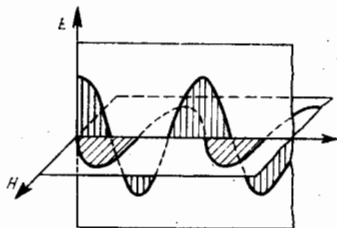


582. ábra. Mágneses hullámok

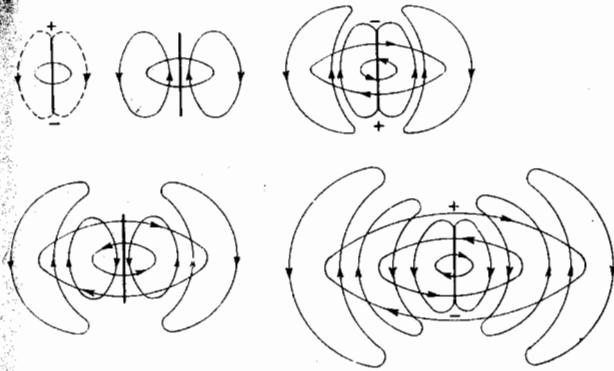
583. ábra. Elektromos hullámok

(b ábra) nemcsak a mágneses, hanem az elektromos térerősség-változások is nagyobb térben fejtik ki hatásukat. A teljesen nyitott rezgőkör, az ún. antenna (c ábra) távolhatása a legnagyobb.

Az elektromágneses rezgések feszültség- és az áramerősségösszetevői között a következő összefüggés van. Amikor az antenna közepén a feszültségnek csomópontja van, az áramerősségnek duzzadó helye van, az antenna végein pedig az áramerősségnek van csomópontja, a feszültségnek pedig duzzadó helye (581. ábra).



584. ábra. A mágneses és az elektromos térerősség változása



585. ábra. Az elektromágneses hullámok kialakulása

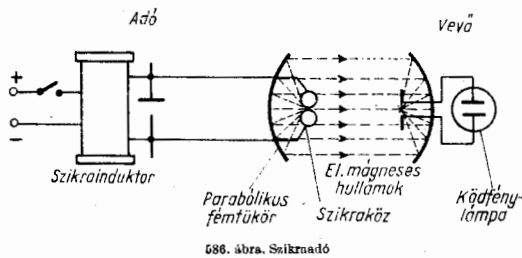
A nagyfrekvenciás energiával táplált antennában koncentrikus körök alakjában azonos frekvenciában változó mágneses tér (H) (582. ábra), ill. erre merőlegesen elektromos tér (E) jön létre (583. és 584. ábra). A mágneses és az elektromos térerősség-változások mint elektromágneses hullámok a térben $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s sebességgel terjednek (585. ábra). A hullámhossz (λ) és a frekvencia (f) fordítottan arányos:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Ha pl. $f = 5 \text{ MHz} = 5 \cdot 10^6 \text{ Hz}$, akkor a hullámhossz:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5 \cdot 10^6 \text{ 1/s}} = 60 \text{ m.}$$

Az elektromágneses hullámok elméletét Maxwell angol fizikus 1865-ben állította fel, de jóval később, 1888-ban sikerült Hertz német fizikusnak kísérletileg is kimutatnia e hullámoknak a



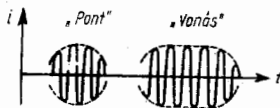
586. ábra. Szikradó

fényhullámokhoz hasonló tulajdonságát (visszaverődés, törés, interferencia). Az általa összeállított adóberendezés szikraadó volt (586. ábra). A szikrák által keltett hullámok kisugározatására és felvételére parabolikus fémtükröket használt. A vevő egy szikraközzel ellátott fémgűrű volt.

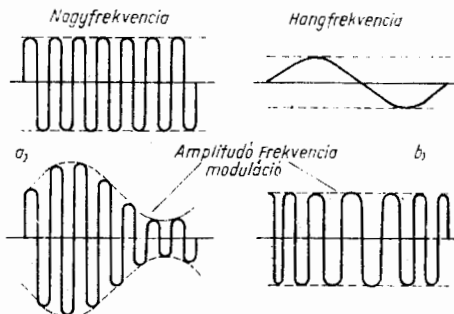
149. Nagyfrekvenciás adóberendezések

Moduláció. Elektromágneses hullámok segítségével morsejeleket, hangot és képet lehet vezeték nélkül továbbítani.

Minden ilyen berendezés két részből áll. Az **adóberendezés** nagyfrekvenciás rezgéseket állít elő, amelyeket az **adóantenna** sugároz ki a térbe. Az elektromágneses hullámok a **vevőberendezés** antennájában (vevőantenna) az adóállomás frekvenciájával megegyező frekvenciájú feszültséget indukálnak.



587. ábra. Morse-jelek



588. ábra. a) Amplitúdó-, b) frekvenci moduláció

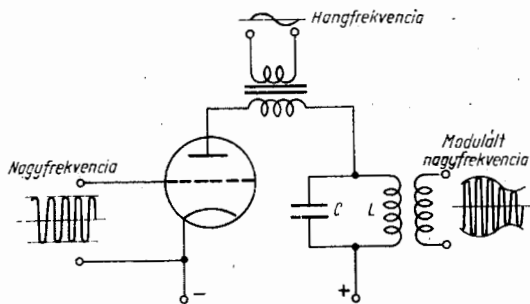
Morse-jelek közvetítése esetén az adóberendezés nagyfrekvenciás feszültségét a távirójeleknek megfelelően szaggatják (587. ábra). A vevőállomáson ezzel a jelekkel megfelelő erősítés után távirójelekké alakítják vissza, és írószerkezettel papírszalagra rögzítik.

A kisfrekvenciájú hangrezgések (16...16 000 Hz) közvetlen kisugározatásra nem alkalmasak. Ezért a hangrezgéseket mintegy „ráültetik” a nagyfrekvenciás rezgésekre (hordozó-, vivőhullámokra) és így sugározzák ki a térbe.

A nagyfrekvenciás rezgéseknek kis- (hang-) frekvenciás rezgésekkel való módosítását **modulációnak** nevezzük. Aszerint, hogy a nagyfrekvenciás rezgés amplitúdóját vagy a frekvenciáját módosítják, megkülönböztetünk **amplitúdó- és frekvencia-modulációt** (588. ábra).

Az 589. ábrán látható elvi modulátorkapcsolásban az LC körben a csillapítatlan nagyfrekvenciás rezgéseket a mikrofonáramkör hangfrekvenciás feszültsége módosítja (modulálja). A modulált nagyfrekvenciás rezgéseket az induktíven csatolt antennával kisugározatjuk.

Az **elektromágneses hullámok terjedése**. A kisugározatott ener-

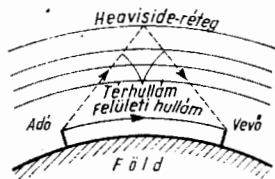


589. ábra. Modulátorkapcsolás

gia hullámhosszától (frekvenciájától) függően a híradástechnikában a következő csoportosítást használják.

hosszúhullámok:	1000 m ... 2000 m	(300 kHz ... 150 kHz);
középhullámok:	150 m ... 600 m	(2 MHz ... 500 kHz);
rövidhullámok:	10 m ... 50 m	(30 MHz ... 6 MHz);
ultrarövid hullámok:	1 m ... 10 m	(300 MHz ... 30 MHz);
mikrohullámok:	1 m alatt	(300 MHz fölött).

Hosszú- és középhullámon az elektromágneses hullámok vagy a Föld görbületét követő, ún. **felületi hullámok**, vagy a Földtől távolodó, ún. **térhullámok** alakjában terjednek (590. ábra). A felületi hullámok a hullámhosszától és a talajviszonyoktól függően erős csillapítást szenvednek, a térhullámok viszont majdnem csillapítás nélkül haladnak. Útjukban beleütköznek a Földtől 100...400 km távolságra levő, ionizált levegőmolekulákból és elektronokból álló rétegbe (**Heaviside-réteg**), s onnan a fénysugárhoz hasonlóan visszaverődnek.



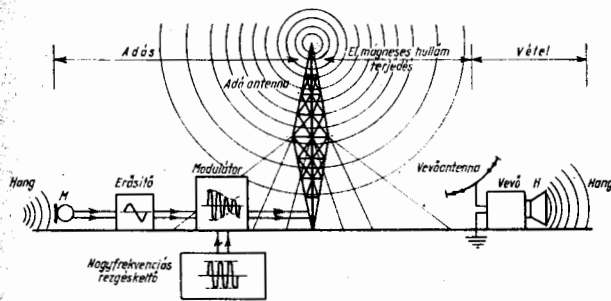
590. ábra. Hullámok terjedése

Az ionsűrűség napszakok és évszakok szerint változik. Közép- és rövidhullámon előállhat olyan eset, hogy az adóállomás felületi és visszaverődő térhulláma a vevőkészülékben egyszerre jelentkeznek. Az ionsűrűség változása miatt a két hullám közötti fáziskülönbség és ezzel az eredő télerősség értéke is változik. Ezt a jelenséget **féding**-nek nevezzük; hatása a vevőkészülékben hangerő-ingadozásban jelentkezik.

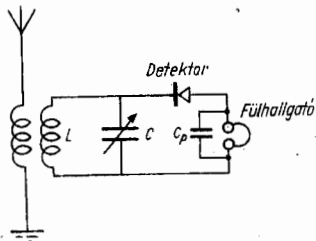
Az ultrarövid hullámok terjedése a fénysugarakhoz hasonló; egyes vonalban terjednek, és megfelelő antennarendszerrel (reflektorantenna) irányíthatók. Hatótávolságuk kicsi, de a légköri és egyéb zavarokra nem érzékenyek.

150. Nagyfrekvenciás hullámok vétele

Kristálydiódás vevő. Az 591. ábra a rádióadás és -vétel egyes fokozatait vázlatosan mutatja. Látható, hogy a nagyfrekvenciás rezgéseket a mikrofon hangfrekvenciás rezgésével modulálják, és az adóantennával kisugározatják. A modulált nagyfrekvenciás hullámok a térben tovaterjednek, és a vevőkészülék antennájában feszültséget indukálnak.



591. ábra. Rádióadás és -vétel



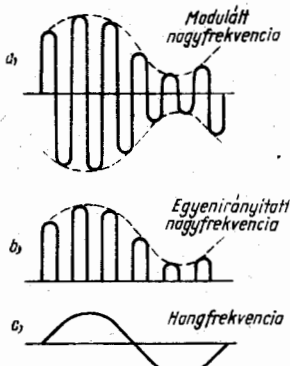
592. ábra. Kristálydiódás vevő

fülhallgató azonban nem szólal meg, mert lemeze a gyors, nagyfrekvenciás szimmetrikus változásokat tehetetlenségénél fogva nem tudja követni. Ha azonban a rezgéseket kristálydiódával (vagy elektroncsővel) egyenirányítják (demoduláció: 593. ábra), akkor a fülhallgató hangot ad.

A kristálydióda ui. az egyik irányban nagy, a másik irányban kis ellenállású, tehát a rezgőkörben keletkező modulált nagyfrekvenciás áramot egyenirányítja. A C_p kondenzátor a nagyfrekvenciás rezgéseket söntöli.

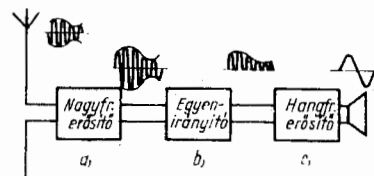
A kristálydiódás vevő vételi lehetősége igen korlátozott. Általában a helyi adóállomás fülhallgató vételére alkalmas, mivel csak azzal az energiával működik, amelyet az antenna felvesz.

Elektroncsöves vevők. Távoli, a vétel helyén kis térerősséget



593. ábra. Demoduláció

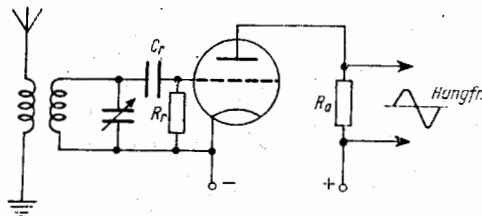
A legegyszerűbb készülék a kristálydiódás vevő (592. ábra). Antennáját induktíven csatolják egy rezgőkörhöz (LC). Ebben akkor keletkezik a legnagyobb feszültség (áramerősség), ha rezgésszáma (pl. a forgókondenzátor beállításával) az adóállomás rezgésszámával megegyezik (rezonancia). A hozzákapcsolt



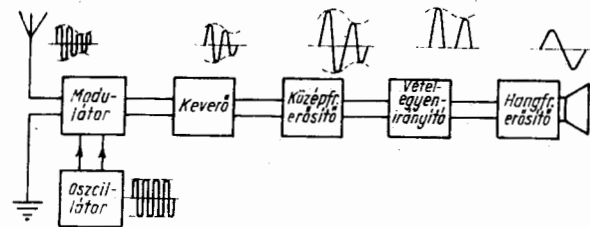
594. ábra. Egyszerű vevőkészülék fokozatai

létesítő adóállomások rezgéseit elektroncső vagy tranzisztor segítségével felerősítik. Ha az egyenirányítás (demoduláció) előtt erősítik, akkor nagyfrekvenciás erősítésről, ha utána, akkor hangfrekvenciás erősítésről beszélünk (594. ábra).

Az 595. ábrán vázolt elvi kapcsolást, ún. egyenes vevőkészülékben a trióda egyenirányít is és erősít is (audion-kapcsolás). Az LC hangolható rezgőkörben a venni kívánt adóállomás modulált nagyfrekvenciás rezgései a C_1 kondenzátoron keresztül a rácra jutnak. A vételegyenirányítás a rác-katód körben a diódával megegyező módon megy végbe. A rácáram az R_1 ellenálláson a hangfrekvencia ütemében változó feszültséget létesít, amely az anódköri R_2 munkaelenálláson felerősítve jelenik meg. Hangszóróvetél esetén általában még egy hangfrekvenciás erősítő fokozatra (végerősítő) van szükség.



595. ábra. Audion-kapcsolás



596. ábra. Szupervevő fokozatai

Szupervevők. Az egyes vevőkészülékekben az antennával felfogott nagyfrekvenciás feszültséget a különböző erősítő fokozatokon úgy vezeték át, hogy frekvenciája nem változik meg. Ezzel szemben az ún. szupervevők az adóállomás által kisugárzott rezgéseket egy helyi rezgékeltetővel (oszillátorral) összekeverik, és ezáltal egy kisebb rezgésszámú, ún. középfrekvenciára alakítják át.

A középfrekvencia bármilyen adóállomás vétele esetén (ugyanabban a vevőkészülékben) állandó érték; tehát keverés után az a helyzet áll elő, mintha minden adó ugyanazon a frekvencián működne.

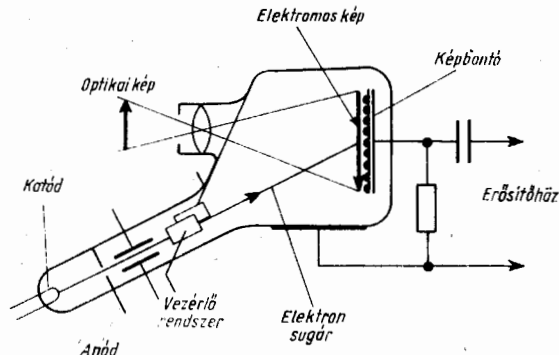
A középfrekvenciával működő szupervevők előnyei: a nagyobb erősítés, a kisebb torzítás, a szomszédos adóállomások áthallásának csökkenése (nagyobb szelektivitás), az egyszerűbb kezelés stb.

Az 596. ábrán a szupervevő egyes fokozatait tüntettük fel. Az antennáról bejövő jeleket egy rezgőkör (modulátor) veszi fel, a helyi oszillátorral létesített rezgéssel összekeveri, és középfrekvenciás rezgésekké alakítja. Ezt az új frekvenciát a középfrekvenciás erősítő fokozat felerősíti, és a vételegyenirányító fokozat (demodulátor) egyenirányítja. A leválasztott hangfrekvenciás feszültség a hangfrekvenciás erősítő (végerősítő) fokozatba kerül, mely a hangszórót működteti.

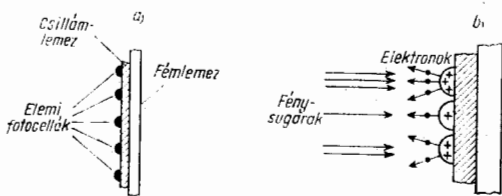
151. A televízió

Elektromágneses hullámok segítségével vezeték nélkül nemcsak hangot, hanem álló- vagy mozgóképet is közvetíthetnek. Az egész képet azonban nem lehet egyszerre továbbítani, hanem ún. képelemekre bontva egymás után sugározzák ki, ill. alakítják vissza képpé.

Az optikai kép elektromos impulzusokká, „elektromos képpé” alakítását legegyszerűbben az ikonoszóppal vizsgálhatjuk meg (597. ábra). Ez lényegében olyan katódsugárossó, amelynek fluoreszcens ernyőjét számtalan kis fotocellából álló képbontó rendszer helyettesíti. A szigetelő csillámlemez hátsó oldalán fémbevonat, a belső oldalán pedig nagyszámú, egymástól szigetelt, apró, fényérzékeny céziumozott ezüstszemcse van (598a ábra). Amikor az optikai képet a lemezre vetítik, a fényerősségek megfelelően e kis elemi fotocellákból több-kevesebb elektron lép ki. Ezáltal az optikai kép minden eleme kisebb-nagyobb pozitív töltésű elektromos képelemmé alakul át (598b ábra). Az



597. ábra. Ikonoszópp



598. ábra. Képföntő

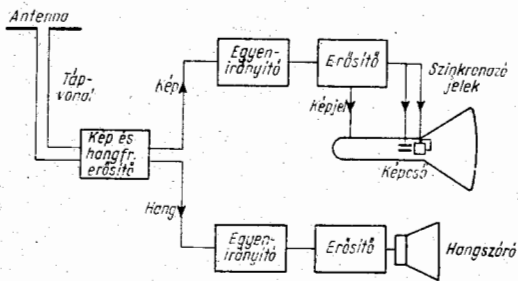
egy fotocellának a fémlemezhez viszonyított feszültsége arányos a ráeső optikai képelem fényerősségével.

A képelemek elektromos impulzusokká alakítását az ikonoszkóp katódjából kiinduló vékony elektronsugár végzi, amely balról jobb felé soronként végigpásztázza, letapogatja. Az elektronsugár vízszintes és függőleges irányú eltérítését kondenzátorok vagy mágneses tekercsek végzik (l.: katódsugárcső).

Az elektronsugár hatására a lényegében egy-egy kondenzátort képező elemi fotocellák kiszűnnek, és a megvilágítás erősségének változásaitól függő áramingadozásokat létesítenek. Az áram-, ill. a megfelelő feszültségingadozásokat felerősítik és a vívőhullámra „ráültetik” (moduláció).

Az ikonoszkóp az optikai képet vízszintesen több száz, függőlegesen 625, tehát több százezer képelemre bontja. Szemünk azonban csak akkor látja a képet folyamatosnak, ha az egyes képelemeket legalább 0,05 s-nál rövidebb idő alatt sikerül továbbítani. Mivel a tv-adásban és -vételen egy-egy képelem 0,04 s-onként változik, tehát a másodpercenkénti képelemek száma, az ún. képfrekvencia többmillió. Ilyen szélessávú moduláló frekvencia vívőhulláma 10...100-szor nagyobb, tehát 50...1000 MHz frekvenciájú ultrarövid hullám. E hullámok — mint már mondtuk — a fényhez hasonlóan, egyenes vonalban terjednek, hatástávolságuk kb. 100 km.

Az adóállomás a teljes szinkronozás biztosítására nemcsak a képelemeket, hanem a sor- és képváltást vezérlő szinkronozó jele-



599. ábra. A tv-vevőkészülék fokozatai

ket is sugározza. Egyidejűleg — szintén ultrarövid hullámon — a hangrezgéseket is továbbítja.

Vétel során a képelemeket, a szinkronozó jeleket és a hangrezgéseket közös antenna veszi fel. Erősítés után az egyes jeleket szétválasztják, egyenirányítják, erősítik, majd a kép- és a szinkronozó jeleket a képcsőre, a hangjeleket a hangszóróba vezetik (599. ábra).

A képcső olyan katódsugárcső, amelyben a katódból kiinduló és a fluoreszcens képernyőre eső elektronnaláb erősségét a képelemek, vezérlését pedig a szinkronozó jelek szabályozzák.

ÖTÖDIK FEJEZET FÉNYTAN

A) GEOMETRIAI FÉNYTAN

152. A fény terjedése

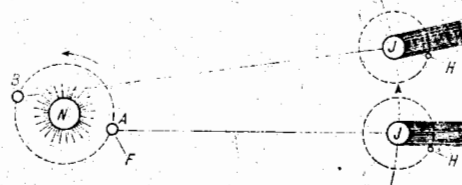
Fényforrások. A fény az energiának egyik fajtája. A világító test, az ún. fényforrás, sugárzó energiát bocsát ki, a megvilágított test pedig a ráeső energiát részben visszaveri, részben elnyeli. Természetes fényforrás a Nap és az állócsillagok. Fényt adnak az izzó testek, a ritkított gázzal töltött fénycsövek elektromos áram hatására stb. (mesterséges fényforrások).

A fény terjedése. A fény a Naptól és a csillagokból a világűrön keresztül jut el a Földre, terjedéséhez tehát nincs szükség közvetítő közegre.

A fény a fényforrásból kiindulva homogén közegben minden irányban egyenes vonalban terjed.

Az egyenesvonalú terjedéssel magyarázzuk a sötétkamra működését, az árnyékjelenségeket, a nap- és holdfogyatkozást stb.

A fény terjedési sebességét csillagászati úton először Olaf Römer dán csillagász határozta meg 1676-ban. Mérté a Jupiter



600. ábra. A fénysebesség csillagászati meghatározása